Ejercicios de funciones reales (Mat I)

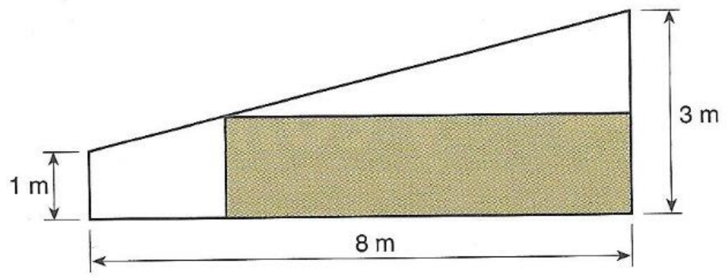
1) Calcula el dominio de la siguiente función: $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-2}{2x^3-6x-4}}$

2) Halla el recorrido de la función $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+1}$. Después compruébalo dibujando la gráfica con algún programa de representación gráfica (*"Calculadora Gráfica Desmos"* por ejemplo -→ https://www.desmos.com/calculator).

3) Representa gráficamente la siguiente función e indica su dominio y su recorrido.

$$f(x)=\begin{cases} 2x+6 & si\ x<-2 \\ x^2-2 & si-2\leq x\leq 1 \\ 1 & si\ x>1 \end{cases}$$

4) En la figura siguiente se muestran las dimensiones de la pared de una habitación que está bajo el techo inclinado de una casa. Se quiere construir en esta pared un armario rectangular similar al que está sombreado.
   a) Halla la función que relaciona el área del rectángulo con la longitud de su base.
   b) Representa gráficamente la función que has hallado.



5) Consideremos f una función periódica de período fundamental T. Construyamos la función g definida así $g(x)=f(k\cdot x)$, donde k es un número real no nulo.
   a) Comprueba que la función g es periódica de periodo $T'=\dfrac{T}{k}$.
   b) Sabiendo que el período de la función coseno es 2π calcula el período de la función $g(x)=\cos(2\cdot x)$.
   c) Usa un programa de representación gráfica para representar la función $f(x)=\tan x$, averigua su período y calcula también el período de la función $g(x)=\tan\left(\dfrac{x}{2}\right)$.

6) Medimos la resistencia eléctrica, R, de un dispositivo semiconductor a tres temperaturas, T.

T (°C)	10	20	30
R (Ω)	$6 \cdot 10^4$	$4'5 \cdot 10^4$	$4'5 \cdot 10^4$

Halla la resistencia eléctrica del dispositivo a 15°C y a 25°C

a) Mediante interpolación lineal a trozos.
b) Mediante interpolación cuadrática.

7) Halla la función inversa de $f(x) = \dfrac{x+1}{3x-1}$. Compruébalo. ¿Qué cosa curiosa observas?

8) Un técnico de una compañía ha calculado que los costes de producción (en €) de un determinado producto vienen dados por la siguiente expresión: $C(x) = x^2 + 20x + 40000$, donde x representa el número de unidades producidas. Por otra parte, cada unidad se vende al público a un precio de 520 €.

a) Expresar, en función del número de artículos producidos x, el beneficio y representarlo gráficamente.
b) ¿Cuántas unidades hay que producir para que el beneficio sea máximo? ¿Cuál es ese beneficio?