IHE

REVISTA DIGITAL
"INVESTIGACIÓN Y EDUCACIÓN"

ISSN 1696-7208

Revista número 10 de Septiembre de 2004

EL NÚMERO ÁUREO Y SUS APLICACIONES EN DISTINTAS DISCIPLINAS.

Ricardo Manuel Jiménez Bezares.

El número áureo, también llamado número phi y denotado por la letra griega Φ en honor a Phidias[1], posee importantes propiedades y está presente en diferentes disciplinas como indicaremos en el desarrollo de este artículo.

[1] Escultor griego perteneciente al S. V a.C. que realizó por encargo de Pericles la decoración del Partenón entre los años 442 – 432 a.C. y llevó la dirección general de las obras de la Acrópolis. Entre sus esculturas más importantes podemos destacar:

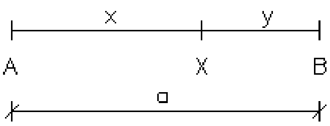
- Atenea Partenos (438 a.C.)
- Zeus de Olimpia (432 a.C.)
- Los Guerreros de Riace.

Antes de definir el número áureo, sus propiedades y aplicaciones, vamos a comenzar dividiendo un segmento en media y extrema razón.

Se dice que un punto X divide a un segmento AB en media y extrema razón cuando el segmento mayor AX es media proporcional entre el segmento total AB y el segmento menor XB:

$$\frac{AB}{AX} = \frac{AX}{XB}$$

Llamando **a** al segmento total, **x** al segmento mayor[2] e **y** al segmento menor[3], se verifica que **a / x** = **x / y** .



$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{a}{x} = \dfrac{x}{y} \\ a = x + y \end{array}\right\} \quad \frac{x + y}{x} = \frac{x}{y}$$

Llamando $t = \dfrac{x}{y}$, obtenemos $t^2 - t - 1 = 0$

Las raíces de la ecuación son: $\phi = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.618$

$\phi' = \dfrac{1 - \sqrt{5}}{2} = 0.618$

Este número se caracteriza por poseer unas propiedades muy específicas, es decir, propiedades que no vuelven a presentar ningún otro número dentro del cuerpo de los reales o de los complejos y que detallamos a continuación:

1. $\Phi + \Phi' = 1$
2. $\Phi \times \Phi' = -1$
3. $\Phi - 1 = 1/\Phi$

---

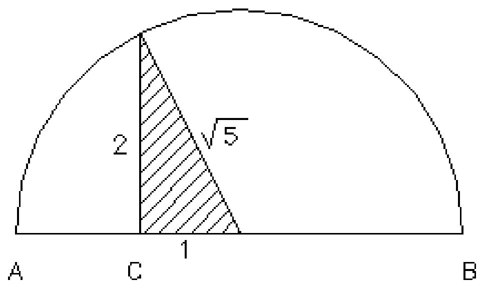
[2] **x** recibe el nombre de sección áurea del segmento total **a**.

[3] **y** recibe el nombre de sección áurea del segmento mayor **x**.

La Sección Áurea, según Leonardo Da Vinci, o Divina Proporción, según Luca Di Pacioli, ya aparece mencionada en el Timeo de Platón y en el Libro VI de los Elementos de Euclides.

Gráficamente podemos obtener el número áureo mediante un procedimiento muy sencillo como podemos comprobar a continuación:

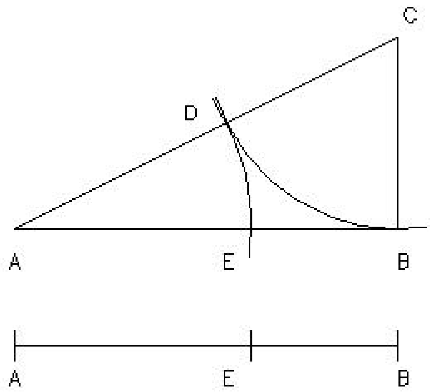
1. Construimos el triángulo rectángulo cuyos catetos miden 1 y 2 unidades. (Su hipotenusa será $\sqrt{5}$).
2. Se traza la circunferencia con centro en uno de los vértices cuyo ángulo es agudo y radio la hipotenusa.
3. La mitad del segmento CB será el número áureo.



$$\phi = \frac{CB}{2}$$

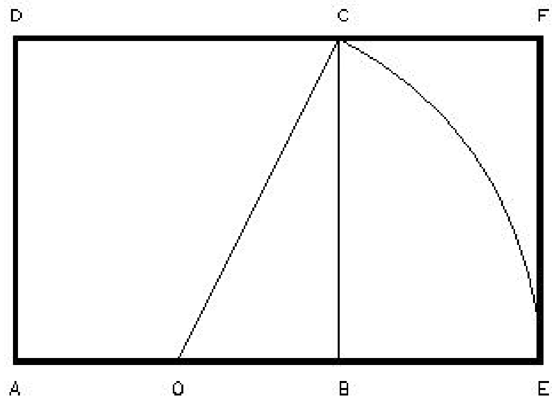
De modo análogo a la obtención del número áureo, podemos obtener gráficamente la sección áurea de un segmento dado AB:

1. Trazamos por cualquiera de los extremos una perpendicular al segmento AB.
2. Determinamos el segment BC (BC = AB /2).
3. Unimos A con C.
4. Trazamos un arco de circunferencia con centro en C y radio BC, obteniendo el punto D sobre el segmento AC.
5. Trazamos un arco de circunferencia con centro en A y radio AD, obteniendo el punto E sobre el segmento AB, dividiendo dicho punto al segmento según sección áurea.



Terminamos las construcciones gráficas con un rectángulo cuyos lados sean proporcionales a Φ :

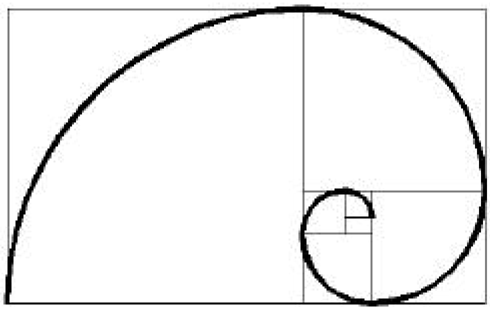
1. Se construye un cuadrado de lado genérico AB.
2. Desde el punto medio de AB, que denotaremos por O, se traza el segmento OC.
3. Con centro en O y radio OC trazamos el arco que nos determina el punto E, obteniendo los lados del rectángulo áureo (AE y AD).



Tanto el número Φ como la sección áurea están presentes en diversas aplicaciones de distintos campos. Por cuestiones de tiempo y espacio vamos a citar algunas que resulten significativas dentro de las disciplinas que detallamos a continuación.

En el ámbito de las Ciencias Matemáticas vamos a destacar una aplicación que resulta interesante:

* La espiral logarítmica, que se puede obtener a partir del rectángulo áureo.



La espiral logarítmica está presente en multitud de conchas marinas, como por ejemplo el anmonites.

La Filotaxia es la parte de la Botánica que estudia la disposición de las hojas a lo largo de los tallos. En la mayoría de los casos, la finalidad de dicha disposición es tal que permite la captación uniforme de luz y aire, siguiendo una trayectoria helicoidal ascendente. Se observa que el ángulo de giro entre cada hoja y la siguiente es 137º 30´ 30´´, ángulo que divide a la circunferencia en media y extrema razón.

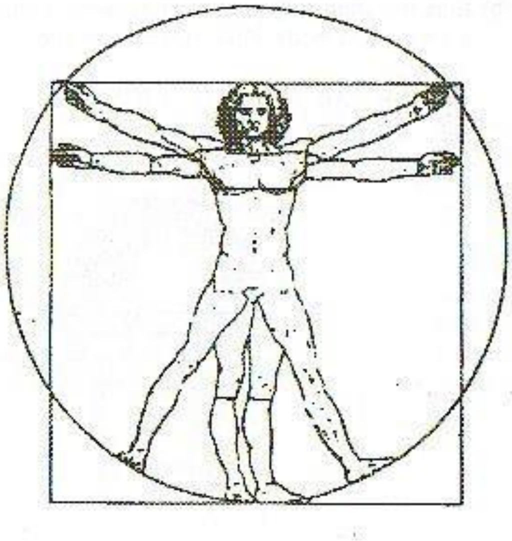
---

[4] Podemos destacar los siguientes ejemplos:

- Lirio .... 3 pétalos
- Ranúnculos .... 5 u 8 pétalos
- Margaritas y girasoles .... 13, 21, 34, 55 u 89 pétalos

.

La presencia del número Φ en Biología, se hace patente el cuerpo humano, es decir, en como el ombligo divide a éste según sección áurea.



Grabado de Leonardo Da Vinci.

En Astronomía, sólo mencionar como si disponemos todos los planetas del Sistema Solar en fila, vemos como la Tierra es el único planeta que se encuentra en el punto que divide las distancias que separa a sus planetas vecinos (Venus y Marte) según sección áurea.

Terminamos con la Arquitectura indicando como en determinados edificios aparece el número Φ en sus proporciones, como ocurre en el Partenón, en la Catedral de Colonia, etc. Pero el ejemplo más significativo es la Pirámide de Keops[5], donde se cumplen las siguientes relaciones:

$$\frac{A_t}{A_l} = \frac{A_l}{A_b} = \phi$$

Donde: A_t es el área total de la pirámide.

A_l es el área de las caras laterales.

[5] Herodoto contaba: "Las proporciones establecidas para la Gran Pirámide entre el lado de la base y la altura eran tales que, el área del cuadrado construido sobre la altura era exactamente igual al área de cada una de las caras triangulares de la pirámide."

A_b es el área de la base.

Este número, con características y propiedades irrepetibles, divino o no, no lo sabemos pero si reconocemos la importancia del mismo puesto que desde tiempos remotos ha sido intuitivamente utilizado por los hombres y de manera espontánea ha aparecido en multitud de fenómenos naturales. ¿Dónde empieza el carácter divino y termina el eminentemente aritmético?, ¿existirán otros números con propiedades y aplicaciones análogas y que aún desconocemos?, ¿tendrá otras aplicaciones que todavía no han sido descubiertas por el hombre?, ¿se podría utilizar para la resolución de determinados problemas para los que hoy en día se utilizan otro tipo de estrategias o problemas que no se resuelven? .... Demasiadas preguntas sin respuesta, pues es grande el halo de misterio y deidad que envuelve a este número.

Ricardo Manuel Jiménez Bezares.

BIBLIOGRAFÍA:

- BEARD ROBERT, S.: "The Golden Section and Fibonacci Numbers".
- GHYKA, M.: "La Geometría del Arte y la Vida". Ed. Poseidon.
- GHYKA, M.: "El Número de Oro". Ed. Poseidon.
- HUNTLEY, H.E.: "La Divina Proporción". Dover, Nueva York.
- RUÍZ LÓPEZ, F.: "Las Matemáticas en la Naturaleza".

La altura de la Pirámide fue calculada por Thales de Mileto aplicando el Teorema de Pitágoras utilizando para ello la sombra arrojada por una estaca clavada en el suelo.