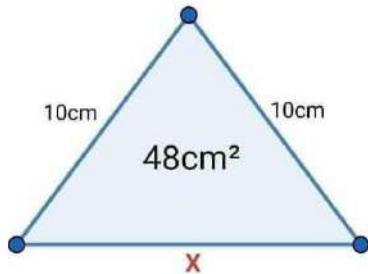


Problemilla típico 4ºESO Trigonometría

Enunciado:

$x=?$



Y halla también sus ángulos

Solución:

Si llamamos h a la altura sobre el lado x tendremos:

$$48 = \frac{x \cdot h}{2} \Rightarrow x \cdot h = 96 \Rightarrow h = \frac{96}{x}$$

Y también (por Pitágoras):

$$10^2 = h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \Rightarrow 100 = h^2 + \frac{x^2}{4}$$

Sustituyendo $h = \frac{96}{x}$ en la última ecuación obtendremos: $100 = \left(\frac{96}{x}\right)^2 + \frac{x^2}{4} = \frac{9216}{x^2} + \frac{x^2}{4} = \frac{36864+x^4}{4x^2}$

Y por tanto: $400 \cdot x^2 = 36864 + x^4$, con lo que tendremos la ecuación bicuadrada: $x^4 - 400x^2 + 36864 = 0$.

La resolvemos haciendo el cambio $z = x^2$, con lo que $z^2 = x^4$ y tendremos:

$$z^2 - 400z + 36864 = 0, \text{ cuyas soluciones son: } z_1 = 256 \text{ y } z_2 = 144$$

Y las posibilidades para x son: **16, -16, 12 y -12** (las negativas no sirven pues x era una longitud).

Si $x = 16$, $h = 96/16 = 6$.

Si $x = 12$, $h = 96/12 = 8$.



Por tanto hay dos soluciones: $x_1 = 16 \text{ cm}$ y $x_2 = 12 \text{ cm}$.

Veamos ahora los ángulos en cada caso (llamemos α al ángulo que forma el lado x con el lado de 10 cm y β al ángulo que forman los dos lados iguales de 10 cm):

Caso 1: $x = 16 \text{ cm}$ y $h = 6 \text{ cm}$:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{h}{10} \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = 0'6 \Rightarrow \alpha = \operatorname{arcsen} 0'6 = 36^\circ 52' 11.63''$$

Y el ángulo $\beta = 180^\circ - 2\alpha = 106^\circ 15' 36.74''$

Caso 2: $x = 12 \text{ cm}$ y $h = 8 \text{ cm}$:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{h}{10} \Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = 0'8 \Rightarrow \alpha = \operatorname{arcsen} 0'8 = 53^\circ 7' 48.37''$$

Y el ángulo $\beta = 180^\circ - 2\alpha = 73^\circ 44' 23.26''$



José Antonio Cobalea