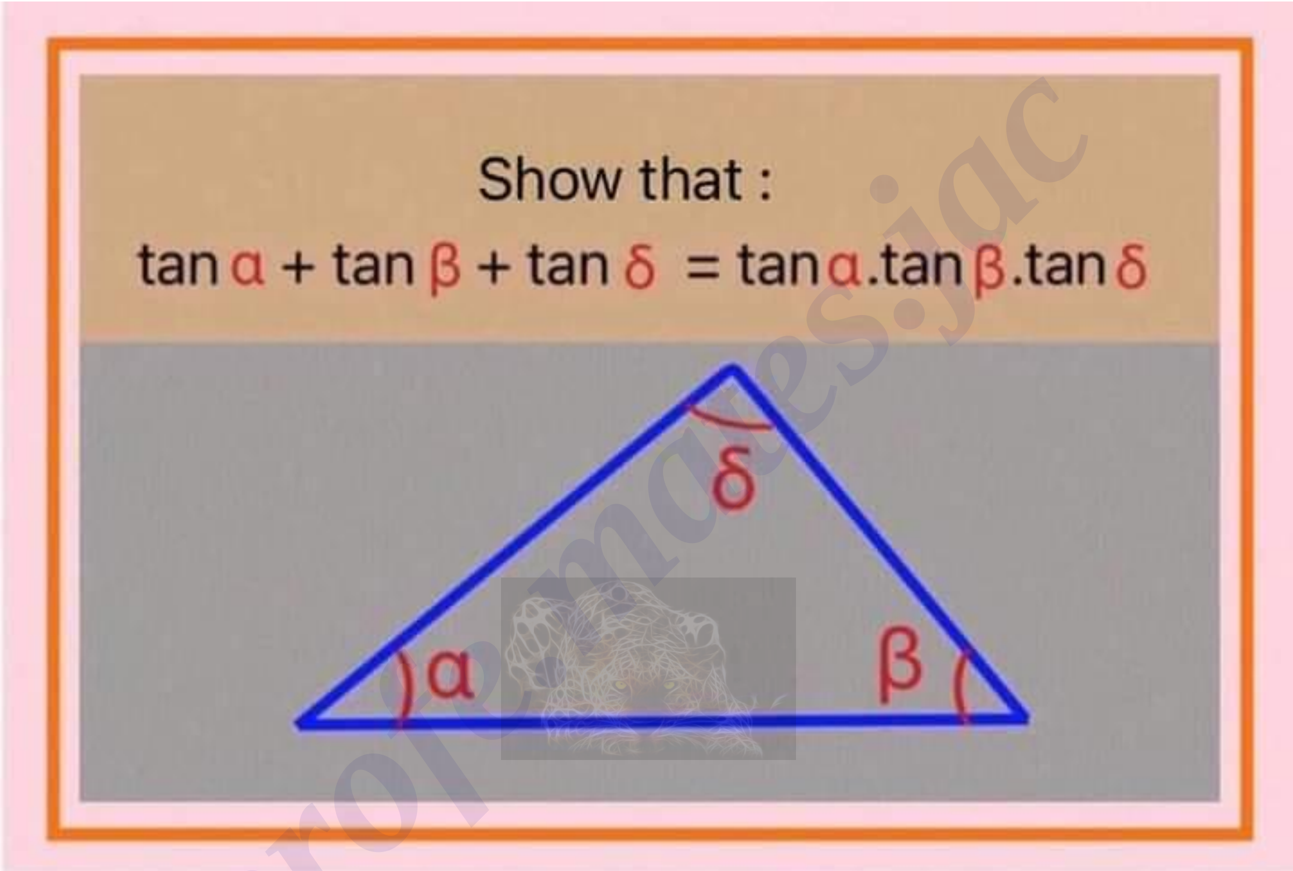
Solución al problema de “Propiedad en todo triángulo”

Enunciado:



Solución:

Sabemos que la suma $\alpha+\beta+\delta=180°$.

Por lo que:

$$\tan(\alpha+\beta+\delta)=\tan 180° = 0.$$

Pero: $\tan(\alpha+\beta+\delta)=\tan\big((\alpha+\beta)+\delta\big)=\frac{\tan(\alpha+\beta)+tan\delta}{1-\tan(\alpha+\beta)\cdot\tan\delta}$.

Luego: $\tan(\alpha+\beta)=-\tan\delta$. O sea: $\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\cdot\tan\beta}=-\tan\delta$.

Y por tanto: $\tan\alpha + \tan\beta = (1 - \tan\alpha \cdot \tan\beta) \cdot (-\tan\delta)$

Con lo que:

$$\tan\alpha + \tan\beta = -\tan\delta + \tan\alpha \cdot \tan\beta \cdot \tan\delta$$

Finalmente:

$$\boldsymbol{\tan\alpha + \tan\beta + \tan\delta = \tan\alpha \cdot \tan\beta \cdot \tan\delta}$$ **(c.p.d)**

Es decir, tenemos tres números que sumados dan el mismo resultado que multiplicados (las tangentes respectivas de los ángulos de todo triángulo cualquiera).