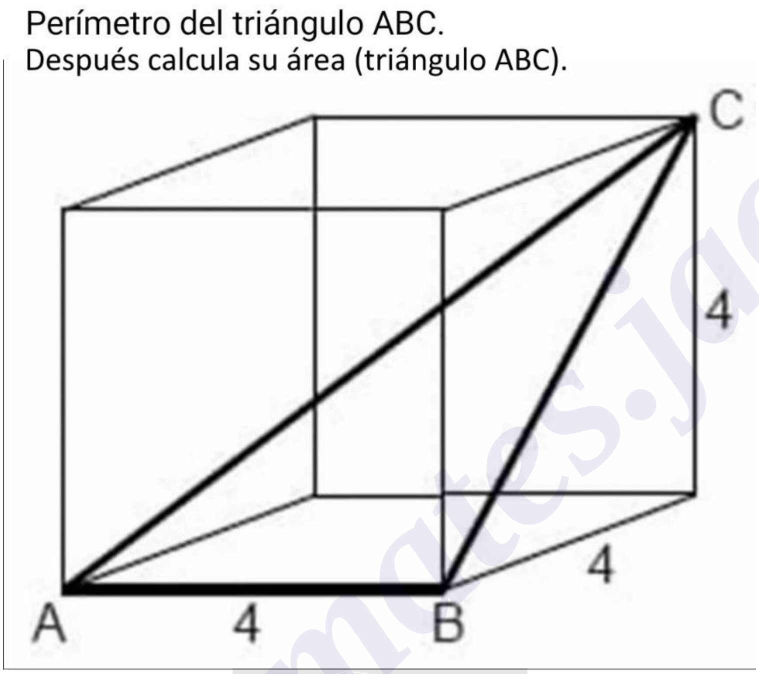
# Solución a perímetro y área del triángulo ABC

**Enunciado: calcula el perímetro del triángulo inscrito y luego su área.**




## Solución:

Se trata de un triángulo inscrito en un cubo de arista 4. Sus lados son AB = 4, AC = diagonal del cubo y BC = diagonal de una cara.

$BC = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4 \cdot \sqrt{2}$ (por Pitágoras aplicado a una cara)

Por otro lado: $AC = \sqrt{4^2 + \left(\sqrt{32}\right)^2} = \sqrt{48} = 4 \cdot \sqrt{3}$ (por Pitágoras aplicado a una arista y la diagonal de una cara).

Ya conocemos sus tres lados; por tanto **el perímetro del triángulo ABC es:** $4 + 4 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot \sqrt{3} =$

$\mathbf{= 4 \cdot \left(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}\right)}$ **(unidades)**

Ahora vamos a calcular su área (por la [fórmula de Herón]() ya que conocemos sus tres lados):

$Área = \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - b)}$ , donde ***s*** es el semiperímetro y ***a***, ***b*** y ***c*** son los tres lados del triángulo.

Llamemos: $\boldsymbol{a = BC = 4 \cdot \sqrt{2}}$ , $\boldsymbol{b = AC = 4 \cdot \sqrt{3}}$ y $\boldsymbol{c = 4}$ (de acuerdo a cómo se nombran los lados de un triángulo conociendo como se llaman sus vértices).

Calculamos el semiperímetro primero: $\boldsymbol{s} = \frac{4 \cdot \left(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}\right)}{2} = \mathbf{2 \cdot \left(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}\right)}$

Hallamos:

$$s-a=2+2\cdot\sqrt{2}+2\cdot\sqrt{3}-4\cdot\sqrt{2}=2-2\cdot\sqrt{2}+2\cdot\sqrt{3}=2\cdot\left(1-\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$$

$$s-b=2+2\cdot\sqrt{2}+2\cdot\sqrt{3}-4\cdot\sqrt{3}=2+2\cdot\sqrt{2}-2\cdot\sqrt{3}=2\cdot\left(1+\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$$

$$s-c=2+2\cdot\sqrt{2}+2\cdot\sqrt{3}-4=-2+2\cdot\sqrt{2}+2\cdot\sqrt{3}=2\cdot\left(-1+\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$$

$$\acute{A}rea=\sqrt{2\cdot\left(1+\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\cdot 2\cdot\left(1-\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\cdot 2\cdot\left(1+\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\cdot 2\cdot\left(-1+\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)}=$$

$$=\sqrt{2^4\cdot\left(1+\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\cdot\left(1+\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{3}+\left(1-\sqrt{2}\right)\right)\cdot\left(\sqrt{3}-\left(1-\sqrt{2}\right)\right)}=*$$

Dentro de la raíz tenemos:

$$\left(1+\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\cdot\left(1+\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)=1+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2}+2-\sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{6}-3=2\cdot\sqrt{2}$$

y también: $\left(\sqrt{3}+\left(1-\sqrt{2}\right)\right)\cdot\left(\sqrt{3}-\left(1-\sqrt{2}\right)\right)=\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(1-\sqrt{2}\right)^2=3-\left(1-2\cdot\sqrt{2}+2\right)=2\cdot\sqrt{2}$

$* = \sqrt{16\cdot 2\cdot\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{2}}=\sqrt{16\cdot 8}=\sqrt{128}=\mathbf{8\cdot\sqrt{2}}$

El **área del triángulo** es $\mathbf{8\cdot\sqrt{2}}$ **(unidades cuadradas)**