

Solución al problema de “x elevado a x igual a 2^{2048} ”

Enunciado:

Resolver:

$$x^x = 2^{2048}$$

Solución:

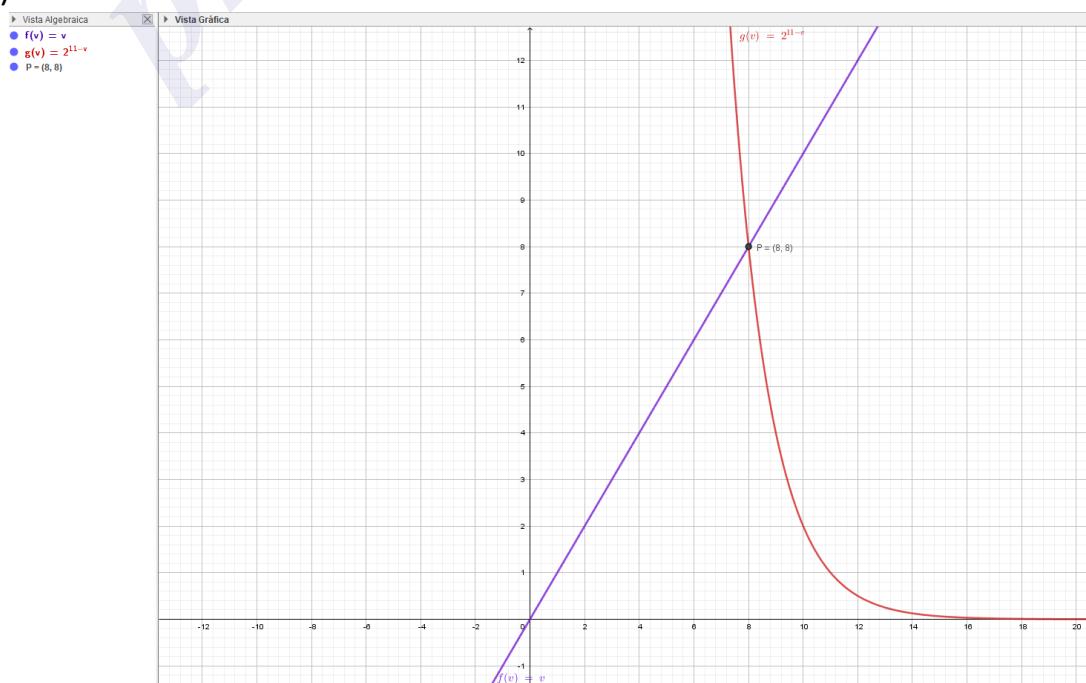
Primera forma

$$x^x = 2^{2048} \Leftrightarrow \log_2 x^x = \log_2 2^{2048} \Leftrightarrow x \cdot \log_2 x = 2048$$

Si llamamos $y = \log_2 x$ tenemos que $x = 2^y$ y por tanto $2^y \cdot y = 2048 = 2^{11} \Leftrightarrow y = 2^{11-y}$

Para hallar el valor de y tal que $y = 2^{11-y}$ representamos las funciones

$f(v) = v$; $g(v) = 2^{11-v}$ y vemos donde se cortan (véase la gráfica hecha con Geogebra siguiente):



Y vemos que se cortan en el punto $P(8, 8)$; es decir, para $v = 8$.

Por tanto, la ecuación $y=2^{11-y}$ sólo se cumple cuando $y=8$. Así pues:

$$x=2^y=2^8=256$$

Solución: **x = 256.**

Segunda forma

$$2^{2048}=2^{2^{11}}=2^{2^3 \cdot 2^8}=2^{8 \cdot 2^8}=(2^8)^{2^8}; \text{ así pues: } x^x=(2^8)^{2^8} \Leftrightarrow x=2^8=256.$$

Solución: **x = 256.**

