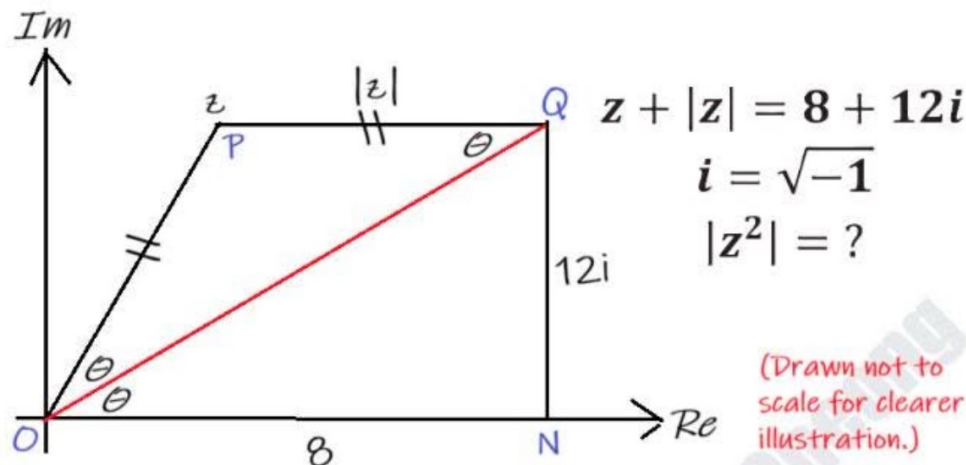


Solución al problema de "Calcula el módulo de z al cuadrado"

Enunciado:



Solución:

Lo primero que vamos a ver es que $|z^2| = |z|^2$

Sea $z = a + bi$, entonces $z^2 = a^2 - b^2 + 2ab \cdot i$; $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow |z|^2 = a^2 + b^2$

Por otra parte: $|z^2| = \sqrt{(a^2 - b^2)^2 + (2ab)^2} = \sqrt{a^4 - 2a^2b^2 + b^4 + 4a^2b^2} =$
 $= \sqrt{a^4 + 2a^2b^2 + b^4} = \sqrt{(a^2 + b^2)^2} = a^2 + b^2 = |z|^2$

Observando el triángulo $\triangle OQN$: $\tan \theta = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \Rightarrow \theta \approx 56^\circ 18' 35.76''$

Además $|\vec{OQ}| = \sqrt{12^2 + 8^2} = \sqrt{208} \Rightarrow |\vec{OQ}|^2 = 208$

En el triángulo $\triangle OPQ$ tenemos que: $\widehat{OPQ} = 180^\circ - 2\theta \approx 67^\circ 22' 48.49''$ y utilizando el teorema de los senos en dicho triángulo:

$$\frac{|\vec{OQ}|}{\sin \widehat{OPQ}} = \frac{|z|}{\sin \theta} \Leftrightarrow |z| = \frac{\sin \theta \cdot |\vec{OQ}|}{\sin \widehat{OPQ}} = 13 \Rightarrow |z|^2 = |z|^2 = 13^2 = \mathbf{169}$$

Solución: 169

