

Solución al problema de "Calcula la raíz de índice 25"

Enunciado:

$$\begin{aligned} \text{if } 8^x &= 25^y \\ \text{and } \frac{8}{x} + \frac{25}{y} &= 1 \\ \text{then } \sqrt[25]{8^x + 25^y} &=? \end{aligned}$$



Solución:

Llamemos $k = 8^x = 25^y$, entonces tenemos que: $x = \frac{\log k}{\log 8}$ y además $y = \frac{\log k}{\log 25}$.

Por tanto: $\frac{8}{x} = \frac{8 \cdot \log 8}{\log k}$ y $\frac{25}{y} = \frac{25 \cdot \log 25}{\log k}$; como la suma ha de dar uno:

$$1 = \frac{8 \cdot \log 8}{\log k} + \frac{25 \cdot \log 25}{\log k} = \frac{\log 8^8 + \log 25^{25}}{\log k} \Leftrightarrow \log k = \log (8^8 \cdot 25^{25}) \Leftrightarrow k = 8^8 \cdot 25^{25}$$

Lo que nos piden es: $\sqrt[25]{8^x + 25^y} = \sqrt[25]{2k} = \sqrt[25]{2 \cdot 8^8 \cdot 25^{25}} = \sqrt[25]{2^{25} \cdot 25^{25}} = \sqrt[25]{50^{25}} = 50$

Solución: 50

