

Solución al problema de "¿Entre qué valores está A?"

Enunciado:

If $A = \sin^2 x + \cos^4 x$, then for all real x

- (a) $3/4 \leq A \leq 13/16$ (b) $3/4 \leq A \leq 1$
(c) $13/16 \leq A \leq 1$ (d) $1 \leq A \leq 2$

Solución:

$$\begin{aligned} A &= \sin^2 x + \cos^4 x = \sin^2 x + \cos^2 x \cdot (1 - \sin^2 x) = \sin^2 x + \cos^2 x - \cos^2 x \cdot \sin^2 x = \\ &= 1 - \cos^2 x \cdot \sin^2 x = 1 - \frac{1}{4} \cdot \sin^2(2x) \end{aligned}$$

Como $0 \leq \sin^2(2x) \leq 1$ resulta que:

$$\frac{-1}{4} \leq \frac{-1}{4} \cdot \sin^2(2x) \leq 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{4} \leq 1 - \frac{1}{4} \cdot \sin^2(2x) \leq 1$$

$$\frac{3}{4} \leq A \leq 1$$

Solución: b

