

Solución al problema de "Solve for real x"

Enunciado:

$$x^2 - x = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

Solve for $x \in \mathbb{R}$

Solución:

$$x^2 - x = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x^2 - \frac{1}{x^2} = x + \frac{1}{x} \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right) \cdot \left(x - \frac{1}{x}\right) = x + \frac{1}{x} \Rightarrow x - \frac{1}{x} = 1 \text{ (al no poder ser } x + \frac{1}{x} = 0, \text{ ya que } x \text{ es un número real no nulo).}$$

$$\text{Así pues: } x - \frac{1}{x} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 1}{x} = 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 ; \text{ cuyas soluciones son:}$$

Soluciones:

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \phi \text{ y } x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} = -\frac{1}{\phi}, \text{ (donde } \phi \text{ representa el número áureo)}$$

