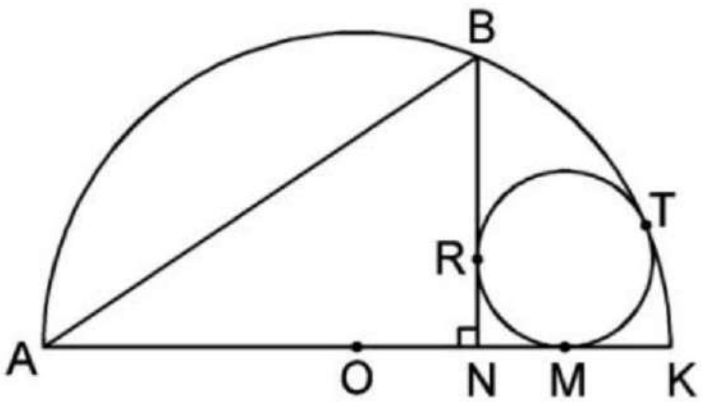
Solución al problema de “Calcule el área del triángulo ABR”

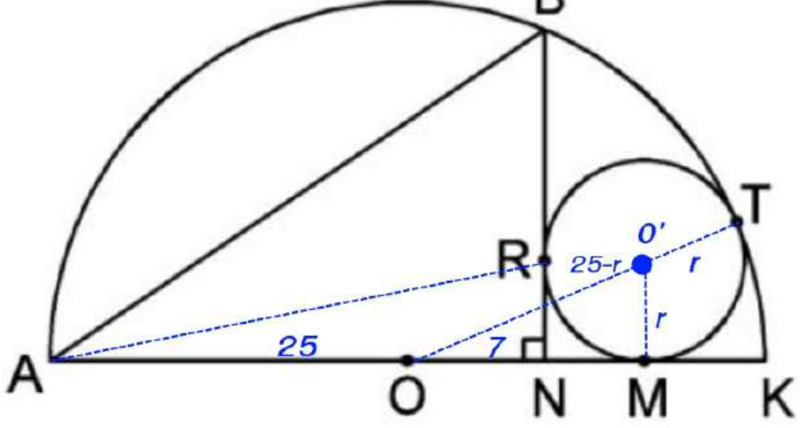
Enunciado:

En la figura se muestra una semicircunferencia de centro O y una circunferencia en donde T, R y M son puntos de tangencia. Sabiendo que AN = 32 cm, NK = 18 cm, calcule el área de la región triangular ABR (en cm^2).



Solución:

Consideremos la figura con los datos siguientes:



Donde ***O’*** es el centro de la circunferencia pequeña y ***r*** es su radio.

Claramente los puntos ***O***, ***O’*** y ***T*** están alineados pues ***T*** es el punto de tangencia a ambas circunferencias.

Además:

AN + ***NK*** = ***AK*** (diámetro de la semicircunferencia); ***AK*** = 32+18 = 50 cm y por tanto ***AO*** = 25 cm.

ON = ***AN*** – ***AO*** = 32 – 25 = 7 cm.

El triángulo ***ΔABK*** es rectángulo en ***B***. Por el teorema de la altura en dicho triángulo se tiene que: $BN^2 = AN \cdot NK = 32 \cdot 18 = 576 \Leftrightarrow BN = 24\ cm$

NM = ***RN*** = ***r***

$OO' = OT - r = 25 - r$

En el triángulo rectángulo ***ΔOO’M***: ***OM*** = ***ON*** + **r** = 7+***r*** y $(25-r)^2 = r^2 + (7+r)^2$.

O sea: $625 - 50r + r^2 = r^2 + r^2 + 49 + 14r \Leftrightarrow r^2 + 64r - 576 = 0 \Rightarrow r = 8\ cm$ (pues ***r*** es positivo)

Así pues: ***RN*** = 8 cm

El área del triángulo **ABR** es la diferencia entre las áreas del triángulo ***ABN*** y del ***ARN***:

$$A_{ABR} = A_{ABN} - A_{ARN} = \frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 24 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 32 = 256\ cm^2$$

Solución: ***256 cm²***

José Antonio Cobalea

https://profematesjac.wordpress.com/