

Solución al problema de "Días que se precisan para el aprendizaje"

Enunciado:

Cuando una persona comienza a estudiar por primera vez un tema, quizás no sea muy hábil, pero con el tiempo se aproximará a los límites de su habilidad. Sea T el tiempo necesario (en días) para que una persona aprenda una cantidad L de temas; se sabe que la razón de cambio del tiempo respecto a la cantidad de temas es:

$$\frac{dT}{dL} = a\sqrt{L+b} + \frac{aL}{2\sqrt{L+b}}$$

donde a y b son constantes positivas. Si para aprender **tres** temas se necesitan $3a\sqrt{3+b} + 1$ días, ¿cuántos días se precisan para aprender **cuatro** temas?

Solución:

Se trata de hallar la función $T(L)$ y evaluarla en $L = 4$.

$$T(L) = \int \left(a\sqrt{L+b} + \frac{aL}{2\sqrt{L+b}} \right) dL = \int (a\sqrt{L+b} dL) + \int \left(\frac{aL}{2\sqrt{L+b}} \right) dL$$

$$\text{Pero: } \int (a\sqrt{L+b} dL) = a \cdot \int (L+b)^{1/2} dL = \frac{2a}{3} \cdot \sqrt{(L+b)^3} + C_1$$

$$\text{Y: } \int \left(\frac{aL}{2\sqrt{L+b}} \right) dL = \int aL \cdot \frac{dL}{2\sqrt{L+b}} = aL \cdot \sqrt{L+b} - \int a\sqrt{L+b} dL + C_2$$

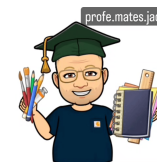
$$\text{pues, al integrar por partes: } u = aL ; dv = \frac{dL}{2\sqrt{L+b}} ; du = a \cdot dL ; v = \sqrt{L+b}$$

$$T(L) = \int (a\sqrt{L+b} dL) + \int \left(\frac{aL}{2\sqrt{L+b}} \right) dL =$$

$$\text{Y por tanto: } = \frac{2a}{3} \cdot \sqrt{(L+b)^3} + aL \cdot \sqrt{L+b} - \int a\sqrt{L+b} dL =$$

$$= \frac{2a}{3} \cdot \sqrt{(L+b)^3} + aL \cdot \sqrt{L+b} - \frac{2a}{3} \cdot \sqrt{(L+b)^3} = aL \cdot \sqrt{L+b} + C$$

$$\text{O sea: } T(L) = aL \cdot \sqrt{L+b} + C$$



Para $L = 3$:

$$T(3) = 3a \cdot \sqrt{3+b} + C = 3a \cdot \sqrt{3+b} + 1 \Leftrightarrow C = 1, \text{ con lo que:}$$

$$T(L) = aL \cdot \sqrt{L+b} + 1$$

$$\text{Finalmente: } T(4) = 4a \cdot \sqrt{4+b} + 1 \text{ (días)}$$



José Antonio Cobalea