Solución al problema de "Dosis diaria de Integralina"

Enunciado:

A las 8 de la mañana, el profesor de esta asignatura recibe su dosis diaria de **INTEGRALINA** con ginseng, para reforzar su competencia matemática. La concentración (en miligramos por mililitro) de este medicamento en su sangre, ***t*** horas después del chute, viene dada por:

$$\boxed{C(t) = 2te^{-0.3t}}$$

.

a) Ayúdate de algún Teorema para mostrar que hay un instante, entre las **8:30** y las **9:00**, en que la concentración de **Integralina** en la sangre de tu profe es de **1 mg/ml**.

b) Calcula en qué momento la lucidez matemática de tu profe es máxima.

Solución:

a) A las 8:30 horas la concentración en mg/ml en sangre es de:

$$C(0.5)=2\cdot 0.5\cdot e^{-0.3\cdot 0.5}=e^{-0.15}\approx 0.8607$$

A las 9:00 horas la concentración en mg/ml en sangre es de:

$$C(1)=2\cdot 1\cdot e^{-0.3\cdot 1}=2\cdot e^{-0.3}\approx 1.4816$$

La función $C(t)=2\cdot t\cdot e^{-0.3\cdot t}$ es una función continua en el intervalo $[0.5,\ 1]$ y ***C(0.5)<C(1)***. Entonces para todo valor ***u*** en el intervalo **(C(0.5), C(1))** existe un valor ***c*** en el intervalo ***(0.5, 1)*** tal que ***C(c)=u*** (teorema del valor intermedio).

En nuestro caso $u=1\in(0.8607,\ 1.4816)$, existe $c\in(0.5,\ 1)$ tal que $C(c)=u=1$; o sea que hay un instante en el que la concentración en mg/ml de sangre es de 1. *c.p.d*

b) Se trata de ver cuándo es máxima la función $C(t)=2\cdot t\cdot e^{-0.3\cdot t}$ y calcular su valor.

$$C'(t) = (2 - 0.6t) \cdot e^{-0.3t} \; ; \; C'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{10}{3}$$

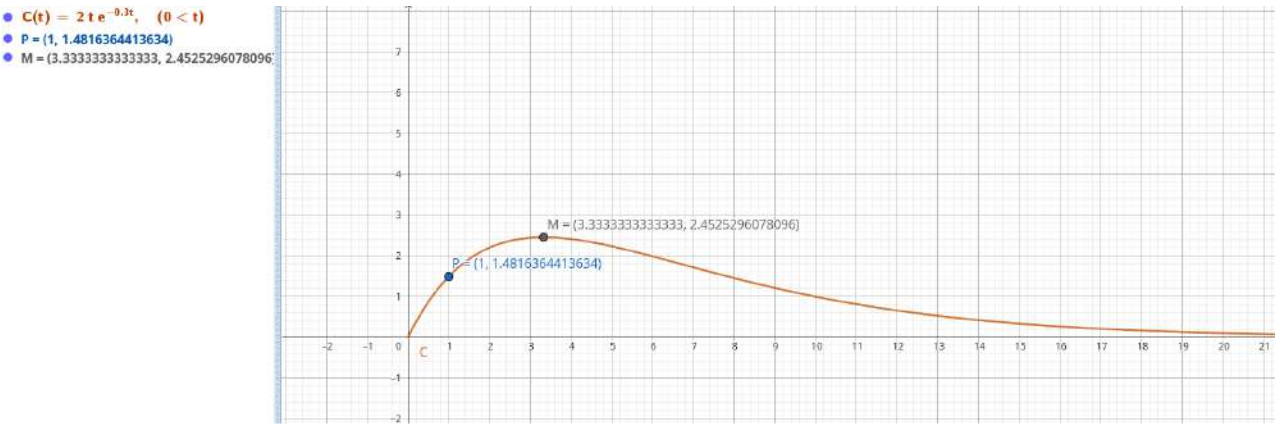
$$C''(t) = (0.18t - 1.2) \cdot e^{-0.3t} \; ; \; C''(10/3) = \left(0.18 \cdot \frac{10}{3} - 1.2\right) \cdot e^{-0.3 \cdot 10/3} = -0.6 \cdot e^{-1} = \frac{-0.6}{e} < 0$$

La función ***C(t)*** tiene un máximo para $t = 10/3$ (serían 3h y 20 min desde las 8 de la mañana).

Solución: ***La lucidez mátemática de tu profe es máxima a las 11 horas y 20 minutos.***

La concentración que corresponde a dicha lucidez máxima es de:

$$C(10/3) = \frac{2 \cdot 10}{3} \cdot e^{-0.3 \cdot 10/3} = \frac{20}{3} \cdot \frac{1}{e} = \frac{20}{3e} \approx 2.4525 \text{ mg/ml}$$



José Antonio Cobalea