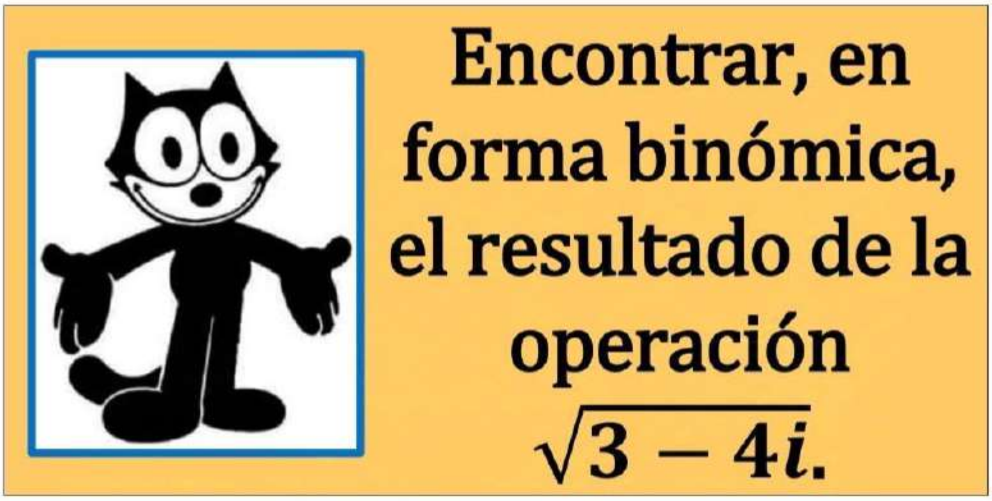
Solución al problema de "Encontrar en forma binómica"

Enunciado:



Solución:

Existen dos valores que dan como resultado la operación que nos indican.

Vamos a verlos de dos formas (***binómica y forma polar pasando luego a forma binómica***).

<u>Primera forma (sólo forma binómica)</u>

Llamemos $\boldsymbol{z=\sqrt{3-4i}}$; $\boldsymbol{z=a+bi}$, siendo $\boldsymbol{a, b\in\Re}$.

Por tanto: $\boldsymbol{3-4i=z^2=(a+bi)^2=a^2-b^2+2abi}$; de donde: $\begin{cases} a^2-b^2=3 \\ 2ab=-4 \end{cases}$

Resolvamos: $\begin{cases} a^2-b^2=3 \\ 2ab=-4 \end{cases}$; $\boldsymbol{ab=-2\Leftrightarrow a=\frac{-2}{b}\Rightarrow a^2=\frac{4}{b^2}}$ y además: $\boldsymbol{a^2=b^2+3}$.

Por tanto: $\boldsymbol{3+b^2=\frac{4}{b^2}\Leftrightarrow 3b^2+b^4=4\Leftrightarrow b^4+3b^2-4=0}$ (ecuación bicuadrada cuyas soluciones reales son $\boldsymbol{b_1=1\ \ y\ \ b_2=-1}$; *recordemos que* ***b*** *tenía que ser un número real*).

Si $\boldsymbol{b=1}$ entonces $\boldsymbol{a=\frac{-2}{b}=-2}$ y nuestro número $\boldsymbol{z=-2+i}$

Si $\boldsymbol{b=-1}$ entonces $\boldsymbol{a=\frac{-2}{b}=2}$ y nuestro número $\boldsymbol{z=2-i}$

__Segunda forma (forma polar y luego pasarla a binómica)__

Llamo $w=3-4i$; pasémoslo a forma polar: $mod(w)=\sqrt{3^2+(-4)^2}=5$; mientras que su argumento $\boldsymbol{\alpha}$ será $\alpha=\arctan\left(\frac{-4}{3}\right)\approx 306^o\ 52'\ 11.63''$

Y nuestro $z=\sqrt{3-4i}$ tendrá de módulo: $mod(z)=\sqrt{5}$ y de argumento los determinados por la fórmula: $\beta=\frac{\alpha+k\cdot 360^o}{2}\ ;k\in\{0,1\}$; es decir: $\beta_1\approx 153^o\ 26'\ 5.82''$ y $\beta_1\approx 333^o\ 26'\ 5.82''$.

Con lo que:

$$z_1\approx\sqrt{5}\cdot\left(\cos\left(153^o\ 26'\ 5.82''\right)+i\cdot sen\left(153^o\ 26'\ 5.82''\right)\right)\approx -2+i$$

$$z_1\approx\sqrt{5}\cdot\left(\cos\left(333^o\ 26'\ 5.82''\right)+i\cdot sen\left(333^o\ 26'\ 5.82''\right)\right)\approx 2-i$$

Soluciones: ***-2+i*** y ***2-i***

José Antonio Cobalea