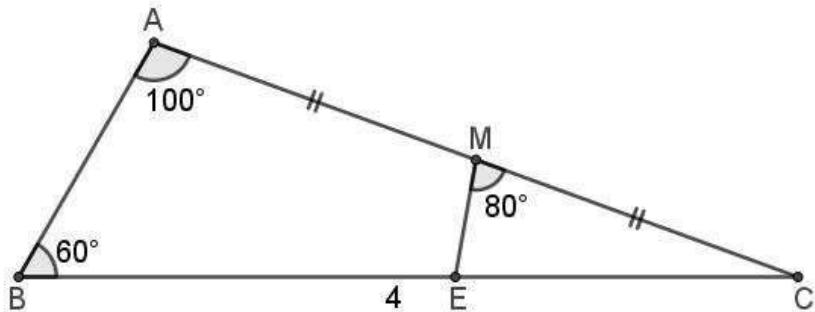


Solución al problema de “Find the requested area S”

Enunciado:

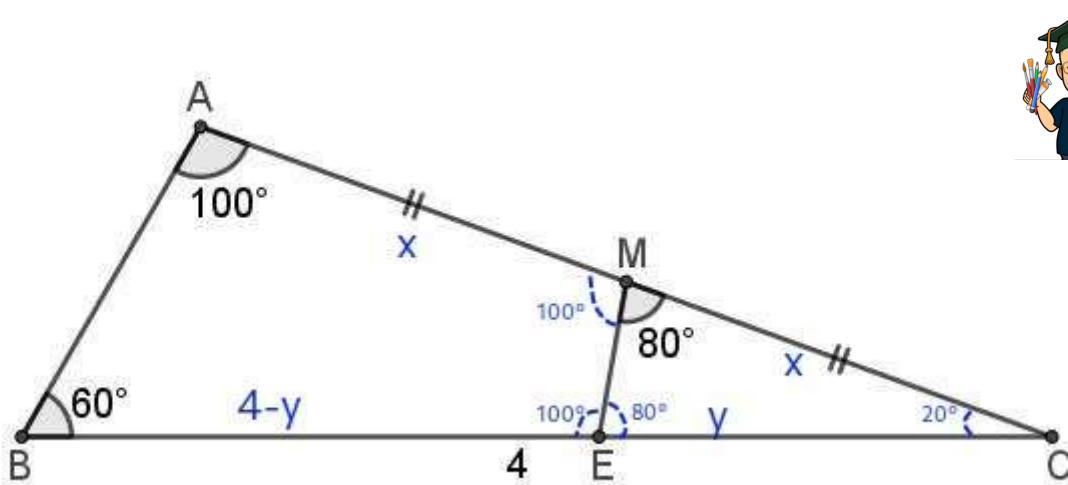


$$BC = 4, AM = MC$$

$$\text{Find: } S = \text{area}(ABC) + 2\text{area}(MEC)$$

Solución:

Consideremos la figura con los siguientes datos:



En el triángulo ΔABC se tiene (teorema de los senos):

$$\frac{AB}{\sin 20^\circ} = \frac{4}{\sin 100^\circ} = \frac{2x}{\sin 60^\circ} \Rightarrow AB = \frac{4 \cdot \sin 20^\circ}{\sin 100^\circ}; x = \frac{2 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 100^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\sin 100^\circ}$$

En el triángulo ΔMEC se tiene (también por el teorema de los senos):

$$\frac{ME}{\operatorname{sen} 20^\circ} = \frac{x}{\operatorname{sen} 80^\circ} = \frac{y}{\operatorname{sen} 80^\circ} \Rightarrow ME = \frac{x \cdot \operatorname{sen} 20^\circ}{\operatorname{sen} 80^\circ}; x=y \text{ (se trata de un triángulo isósceles)}$$

$$\text{Por tanto: } ME = \frac{\operatorname{sen} 20^\circ}{\operatorname{sen} 80^\circ} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\operatorname{sen} 100^\circ} = \frac{\sqrt{3} \cdot \operatorname{sen} 20^\circ}{\operatorname{sen} 80^\circ \cdot \operatorname{sen} 100^\circ}$$

Aproximando hasta las diezmilésimas:

$$AB \approx 1'3892, ME \approx 0'6108, x=y \approx 1'7588$$

Utilizando la fórmula de Herón calculamos el área de los triángulos ΔABC y ΔMEC :

Lados del triángulo ΔABC :

$$AB \approx 1'3892, 2x \approx 3'5175 \text{ y } BC = 4$$

Semiperímetro: $s_{ABC} \approx 4'4536$

$$\text{Área: } A_{ABC} = \sqrt{s_{ABC} \cdot (s_{ABC} - AB) \cdot (s_{ABC} - 2x) \cdot (s_{ABC} - 4)} \approx 2'4061$$

Lados del triángulo ΔMEC :

$$ME \approx 0'6108, x \approx 1'7588 \text{ e } y \approx 1'7588$$

Semiperímetro: $s_{MEC} \approx 2'0642$

$$\text{Área: } A_{MEC} = \sqrt{s_{MEC} \cdot (s_{MEC} - ME) \cdot (s_{MEC} - x) \cdot (s_{MEC} - y)} \approx 0'5290$$

Finalmente el área pedida S será:

$$S = A_{ABC} + 2 \cdot A_{MEC} \approx 2'4061 + 2 \cdot 0'5290 = 3'4641 \text{ u}^2 \text{ (unidades cuadradas)}$$

