

Solución al problema de "Dos fuentes de energía eléctrica"

Enunciado:

Dos fuentes de energía producen electricidad a la vez durante 10 horas, según las funciones:

$$\begin{cases} f(x) = -x^2 + 10x + 600 \\ g(x) = \frac{x}{2} + 615 \end{cases} \quad 0 \leq x \leq 10$$

- a) ¿En qué momento están produciendo la misma cantidad de energía las dos fuentes?
- b) ¿En qué intervalo es decreciente la producción de la primera fuente?
- c) ¿En qué momento es máxima la producción conjunta de las dos fuentes?



Solución:

a) Producirán la misma cantidad de energía cuando $f(x) = g(x) \Leftrightarrow -x^2 + 10x + 600 = \frac{x}{2} + 615$

Es decir, cuando: $x^2 - \frac{19}{2}x + 15 = 0$; cuyas soluciones en el intervalo $[0, 10]$ son:

$$x_1 = 2 ; x_2 = 7.5$$

Solución: a las 2h y a las 7.5 horas.

b) $f'(x) = -2x + 10$ en $(0, 10)$; $f'(x) < 0 \Leftrightarrow -2x + 10 < 0 \Leftrightarrow 2x > 10 \Leftrightarrow x > 5$;

Solución: es decreciente en el intervalo $(5, 10)$.

c) Las dos fuentes producen simultáneamente en el intervalo $[0, 10]$:



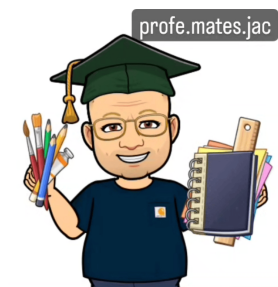
$$f(x)+g(x)=-x^2+\frac{21}{2}x+1215$$

Calculamos su derivada primera e igualamos a cero: $-2x+\frac{21}{2}=0 \Leftrightarrow x=\frac{21}{4}$

Y su derivada segunda evaluada en $x = 21/4$ nos da -2 (hay un máximo para ese valor de x)

Luego: será máxima su producción conjunta cuando $x = 21/4$.

Solución: a las 5.25 horas



José Antonio Cobalea