

# Solución al problema de "En el gimnasio"

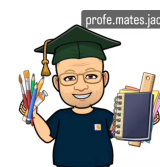
## Enunciado:

Un gimnasio cobra una cuota de 42 € mensuales y tiene 2.000 usuarios. Un estudio de mercado afirma que para cada euro que suba (o baje) la cuota, se perderán (o se ganarán) 20 usuarios.

a) Exprese el número de usuarios del gimnasio en función de la cuota, teniendo en cuenta que la relación entre las dos variables es lineal. ¿Para qué valor de la cuota el gimnasio se quedaría sin usuarios?

b) Determine en qué precio es necesario fijar la cuota para obtener un beneficio mensual máximo. ¿Cuál sería este beneficio y cuántos usuarios tendría el gimnasio en este caso?

Cuando faltas un día al gym y te tienes que poner al corriente



## Solución:

2000 usuarios; cuota de 42€/mes. Llamemos:

$a$  = euros de subida o bajada (si hay bajada  $a$  sería negativo y si hay subida  $a$  sería positivo)

$x$  = importe total de la cuota =  $42 + a$

$y$  = número total de usuarios con la nueva cuota.

**a)** Se trata de hallar primeramente  $y$  en función de  $x$ . Para hacerlo dispongamos de una tabla y pensemos que la función  $y$  es lineal, es decir:  $y = mx + n$ .

Subida/Bajada ( $a$ )	Cuota ( $x$ )	Usuarios ( $y$ )
0	42	2000
1	43	1980
2	44	1960
3	45	1940
-1	41	2020
-2	40	2040
-3	39	2060
...	...	...

$$y = mx + n ; \text{ luego: } \begin{cases} 42m + n = 2000 \\ 43m + n = 1980 \end{cases} \Rightarrow m = -20 ; n = 2840$$

$$y = -20x + 2840 \text{ (expresión del número de usuarios en función de la cuota/mes)}$$

Ahora hemos de encontrar el valor de  $x$  que hace  $y=0$ :

$$y = 0 \Leftrightarrow 0 = -20x + 2840 \Rightarrow x = 142$$

**Solución: para 142€**

**b)** El beneficio viene dado por la expresión:  $B(x) = y \cdot x = (-20x + 2840) \cdot x = -20x^2 + 2840x$

$$\text{Por tanto: } B'(x) = -40x + 2840 = 0 \Leftrightarrow x = 71$$

$$B''(x) = -40 \Rightarrow B''(71) = -40 < 0 \text{ (B tiene un máximo en } x=71 \text{).}$$

**Solución: la cuota la hemos de fijar en 71€ para obtener el máximo beneficio mensual.**

Para dicha cuota mensual de 71€ tendríamos el beneficio de:

$$B(71) = -20 \cdot 71^2 + 2840 \cdot 71 = 100820$$

**Solución: el beneficio sería de 100820€**

El número de usuarios que se tendría para esa cuota de 71€ sería de:

$$y = -20 \cdot 71 + 2840 = 1420$$

**Solución: el número de usuarios sería de 1420**

