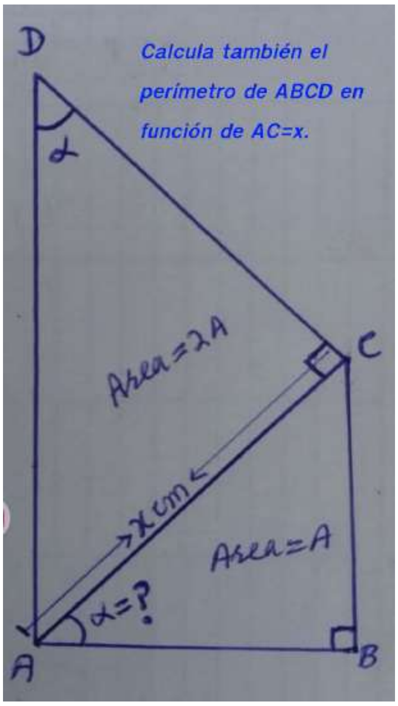
Solución a "Calcula el ángulo alfa y el perímetro de ABCD"

Enunciado:



Solución:

En el triángulo **ADC** tenemos:

$$\tan\alpha=\frac{x}{CD}\Rightarrow CD=\frac{x}{\tan\alpha}=\frac{x\cdot\cos\alpha}{sen\,\alpha} \text{ y } 2A=\frac{x\cdot CD}{2}\Rightarrow A=\frac{x\cdot CD}{4}$$

Por lo que: $A=\frac{1}{4}\cdot CD\cdot x=\frac{1}{4}\cdot\frac{x\cdot\cos\alpha}{sen\,\alpha}\cdot x=\frac{x^2\cdot\cos\alpha}{4\cdot sen\,\alpha}$

Por otro lado, en el triángulo ***ABC*** tenemos:

$$sen\,\alpha=\frac{BC}{x}\Rightarrow BC=x\cdot sen\,\alpha,\ \cos\alpha=\frac{AB}{x}\Rightarrow AB=x\cdot\cos\alpha \text{ y}$$

$$A=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot BC=\frac{1}{2}\cdot x\cdot\cos\alpha\cdot x\cdot sen\,\alpha=\frac{x^2\cdot sen\,\alpha\cdot\cos\alpha}{2}$$

Igualando **A** en las dos expresiones obtenidas: $\frac{x^2 \cdot \cos\alpha}{4 \cdot sen\,\alpha} = \frac{x^2 \cdot sen\,\alpha \cdot \cos\alpha}{2}$

De donde: $sen^2\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow sen\,\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^o$ (*al ser el ángulo alfa < 90º*)

Solución: *el ángulo alfa es de 45º*

Veamos ahora el perímetro de ***ABCD*** en función de ***x***:

Ambos triángulos son isósceles; concretamente ***AC***=***CD*** y ***AB***=***BC*** ; además:

$CD = \frac{x}{\tan 45^o} = x$, $AB = BC = x \cdot sen\,45^o = \frac{x \cdot \sqrt{2}}{2}$ y $AD = \sqrt{2x^2} = x \cdot \sqrt{2}$

El perímetro es: $AB + BC + CD + AD = x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 + x + x \cdot \sqrt{2} = x + x \cdot 2\sqrt{2} = x \cdot \left(1 + \sqrt{8}\right)\ cm$

José Antonio Cobalea