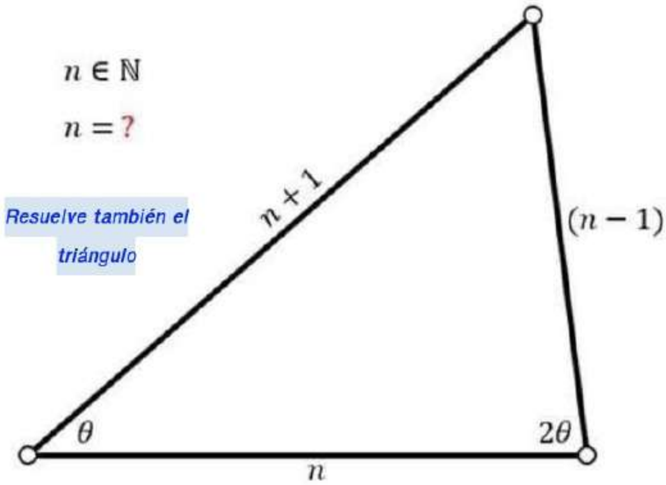
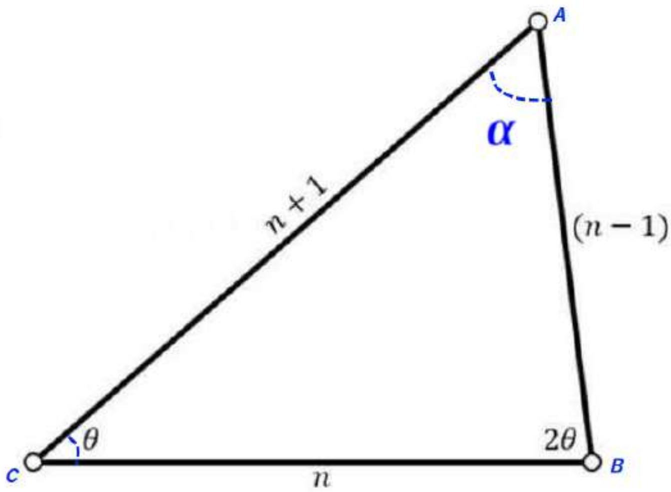
Solución a "Calcula el natural n y resuelve también el triángulo"

Enunciado:



Solución:

Consideremos el triángulo con estos datos:



Por el teorema del coseno:

$$(n-1)^2=(n+1)^2+n^2-2\cdot(n+1)\cdot n\cdot\cos\theta \Rightarrow \cos\theta=\frac{n+4}{2n+2}$$

Al ser $\cos\theta \le 1 \Rightarrow \frac{n+4}{2n+2} \le 1 \Rightarrow n+4 \le 2n+2 \Rightarrow n \ge 2$ (*2n+2 es positivo, pues n es natural*)

De nuevo por el teorema del coseno:

$$(n+1)^2=n^2+(n-1)^2-2\cdot n\cdot(n-1)\cdot\cos 2\theta \Rightarrow \cos 2\theta=\frac{n-4}{2n-2}$$

Pero, sabemos que: $\cos 2\theta=2\cdot\cos^2\theta-1$, luego:

$$\frac{n-4}{2n-2}=2\cdot\left(\frac{n+4}{2n+2}\right)^2-1=\frac{-n^2+4n+14}{2n^2+4n+2}\Rightarrow(n-4)(2n^2+4n+2)=(2n-2)(-n^2+4n+14)$$

Desarrollando obtenemos la ecuación polinómica de tercer grado:

$2n^3-7n^2-17n+10=0$, cuyas soluciones son $\left\{-2\ ,\ 5\ ,\ \frac{1}{2}\right\}$

Como **n** es natural la única solución posible es ***n=5***.

Solución: ***n = 5***

Resolvamos ahora el triángulo:

Lados:

$$AC=n+1=6\ ,\ AB=n-1=4\ ,\ BC=n=5$$

Ángulos:

$$\cos\theta=\frac{n+4}{2n+2}=\frac{9}{12}\Rightarrow\theta\approx 41^o\ 24'\ 34.64''$$

$$\cos 2\theta=\frac{n-4}{2n-2}=\frac{1}{8}\Rightarrow 2\theta\approx 82^o\ 49'\ 9.28''$$

$$\alpha=180^o-\theta-2\theta\approx 55^o\ 46'\ 16.08''$$

José Antonio Cobalea

https://profematesjac.wordpress.com/