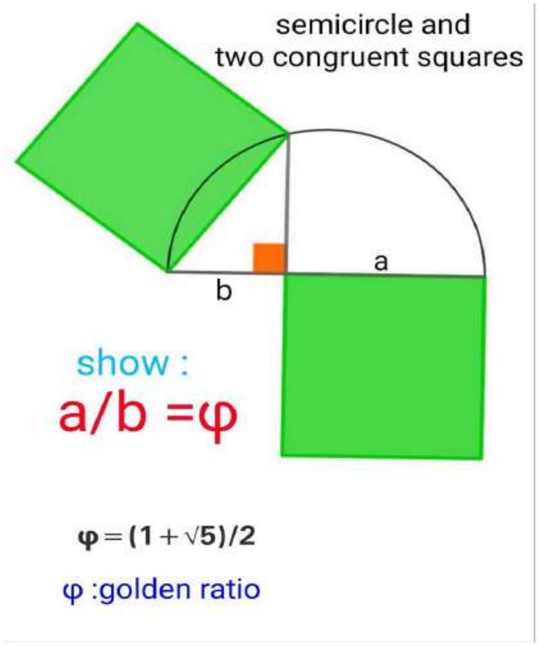
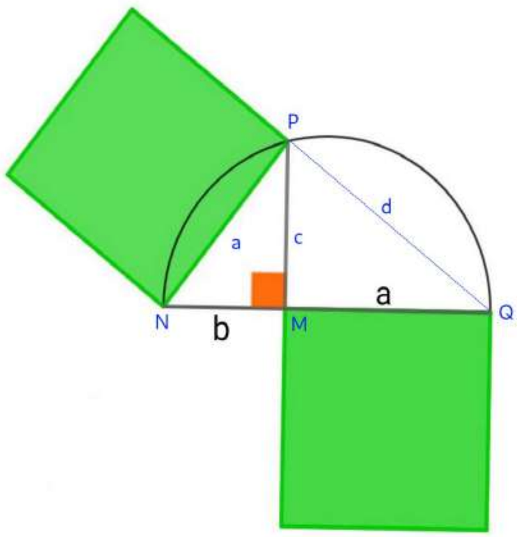
Solución a "Demuestra que dicha razón es el número áureo"

Enunciado:



Solución:

Consideremos la figura con estas indicaciones:



Los triángulos ***MNP***, ***MPQ*** y ***NPQ*** son triángulos rectángulos.

En el primero de ellos se tiene que: $a^2=b^2+c^2 \Rightarrow c^2=a^2-b^2$

En el triángulo ***NPQ***: $a^2=b\cdot(a+b)=b^2+a\cdot b$ (teorema del cateto)

Por lo que: $c^2 = a^2 - b^2 = b^2 + a \cdot b - b^2 = a \cdot b$

Además: $d^2 = c^2 + a^2$ y $(a+b)^2 = a^2 + d^2$, por lo que:

$a^2 + b^2 + 2a \cdot b = a^2 + d^2 = a^2 + a^2 + c^2 = 2a^2 + a \cdot b \Rightarrow a^2 - b \cdot a - b^2 = 0$ (*obtenemos una ecuación de segundo grado con incógnita* ***a***)

La solución es: $a = \dfrac{b \pm \sqrt{b^2 + 4b^2}}{2} = \dfrac{b \pm b \cdot \sqrt{5}}{2}$

Como ***a*** y ***b*** son positivos no queda otra que:

$$a = \frac{b + b \cdot \sqrt{5}}{2} = \frac{b \cdot (1 + \sqrt{5})}{2} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \Phi$$ *(golden ratio)*

José Antonio Cobalea

https://profematesjac.wordpress.com/