

Solución a "La vieja factoría"

Enunciado:

En la vieja factoría "ÍA, ÍA, O" se hacen montajes en cadena. El número N de montajes realizados por Inocencio, trabajador sin experiencia, depende de los días de entrenamiento según la función:

$$N(x) = \frac{30x}{x+4}$$

Con x en días.

- ¿Cuántos montajes realiza el primer día? ¿Y el décimo?
- Calcular la tasa de variación media de N entre el sexto y el undécimo día y comentar el resultado.
- Calcular $N'(x)$ y, a la vista de su signo, comenta el resultado.
- Representar la función, sabiendo que el período de entrenamiento de Inocencio es de un mes (fines de semana incluidos).
- ¿Qué ocurriría con el número de montajes si Fortunato, el jefe de personal, condenase a Inocencio a un entrenamiento interminable?
- Calcular la función inversa de la función:

$$f(x) = \frac{30x}{x+4}$$



Solución:

$$N(x) = \frac{30x}{x+4} \quad (x \text{ días})$$

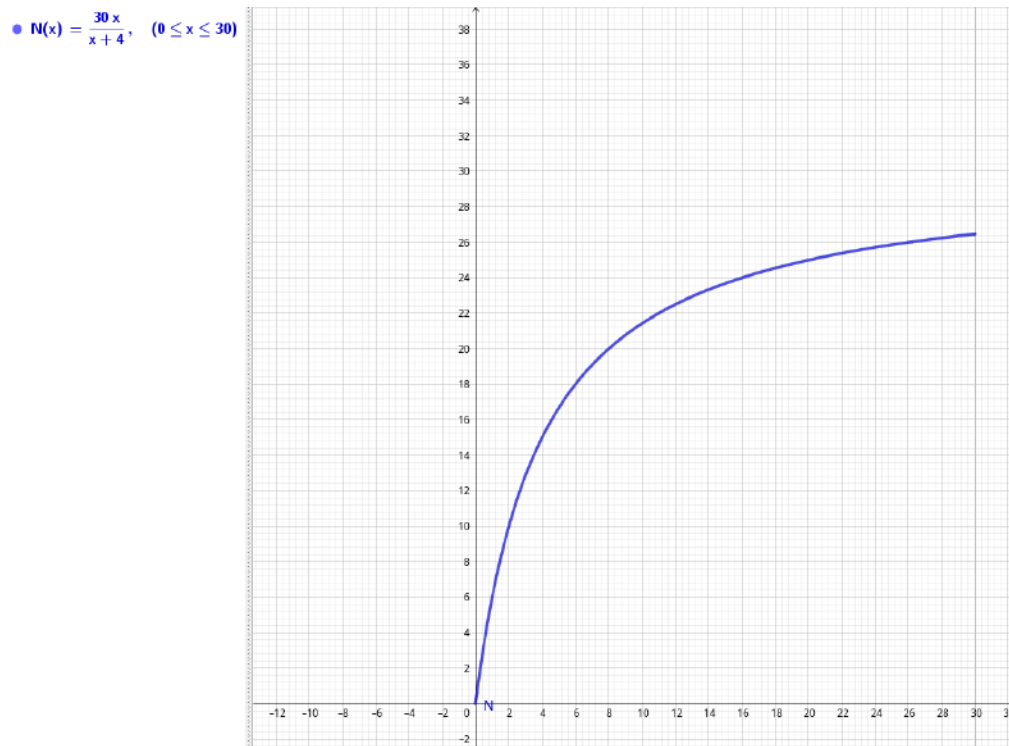


a) $N(1) = \frac{30}{5} = 6$ montajes del primer día; $N(10) = \frac{300}{14} \approx 21$ montajes el décimo día.

b) $TVM_{[6,11]} = \frac{N(11) - N(6)}{11 - 6} = \frac{22 - 18}{5} = 0'8$; significa que en promedio Inocencio aumentó su producción en 0'8 montajes por día.

c) $N'(x) = \frac{30 \cdot (x+4) - 30x}{(x+4)^2} = \frac{120}{(x+4)^2} > 0$; la derivada siempre es positiva, por lo que la función es estrictamente creciente. A medida que Inocencio se entrena más el número de montajes crece constantemente.

d)



e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{30x}{x+4} = 30$; el número de montajes se acercaría a 30 sin llegar nunca a obtener esta cifra.

f) Calculemos la función inversa de N :

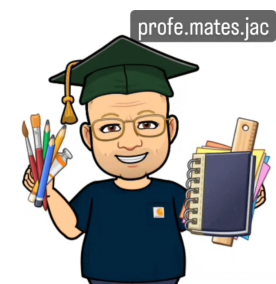
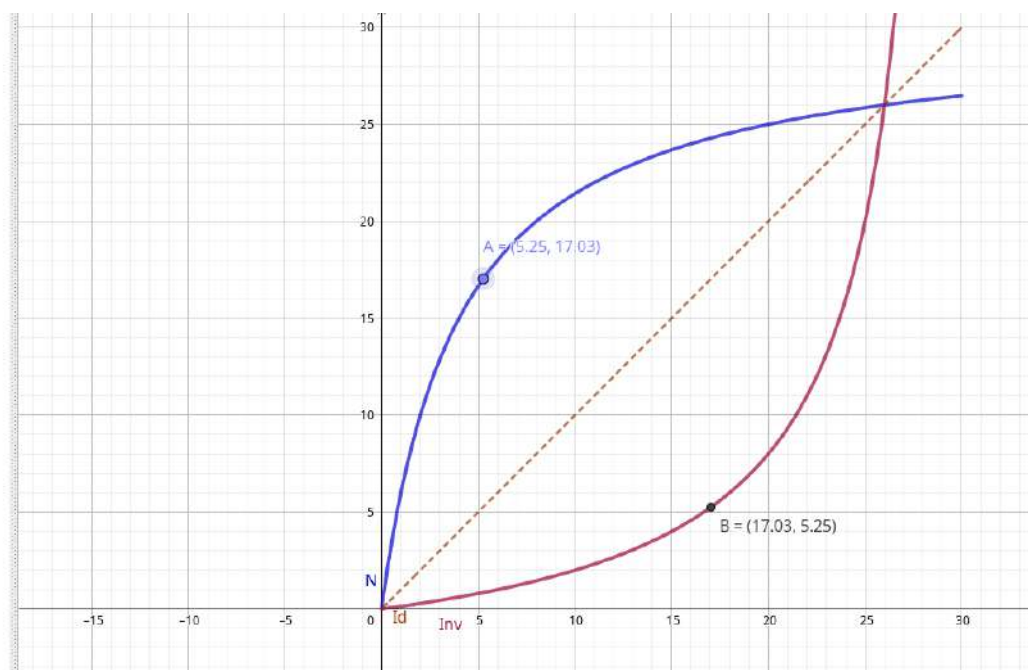
$$y = \frac{30x}{x+4} \Rightarrow y(x+4) = 30x \Rightarrow yx + 4y = 30x \Rightarrow 30x - yx = 4y \Rightarrow x(30 - y) = 4y \Rightarrow x = \frac{4y}{30 - y}$$

Por lo que la función inversa de N sería: $N^{-1}(x) = \frac{4x}{30 - x}$

Véase la gráfica de N y su inversa en la siguiente página:



- $N(x) = \frac{30x}{x+4}$, $(0 \leq x \leq 30)$
- $Inv(x) = \frac{4x}{30-x}$, $(0 \leq x \leq 30)$
- $Id(x) = x$, $(0 \leq x \leq 30)$
- $A = (5.25, 17.03)$
- $B = (17.03, 5.25)$



José Antonio Cobalea