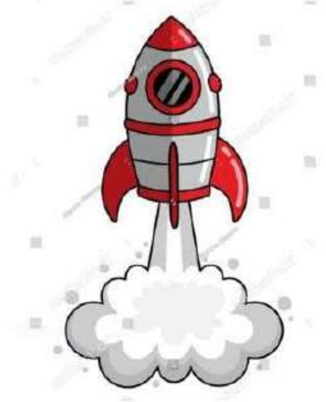
Solución a "Objeto lanzado verticalmente"

Enunciado:

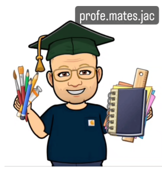
Un objeto se lanza verticalmente hacia arriba desde un determinado punto. La altura en ***km*** alcanzada al cabo de ***t*** **minutos** es

$$h(t)=5-5t-5e^{-2t}$$

a) Calcule el tiempo transcurrido hasta alcanzar la altura máxima y el valor de ésta.
b) Calcule la velocidad y la aceleración (variación instantánea de velocidad) al cabo de **30 segundos**.



Solución:



a) Calculamos los máximos de la función ***h(t)***.

$$h'(t)=-5+10\cdot e^{-2t}=0\Leftrightarrow t=\frac{-\ln 0'5}{2}\ ;$$

Comprobemos si hay un máximo en ese punto:

$h''(t)=-20\cdot e^{-2t}\Rightarrow h''\left(\frac{-\ln 0'5}{2}\right)=-20\cdot e^{\ln 0'5}=-10<0$; la función ***h(t)*** presenta un máximo para $t=\frac{-\ln 0'5}{2}\approx 0'34657$ (*minutos transcurridos*).

Altura máxima en km alcanzada:

$$h\left(\frac{-\ln 0'5}{2}\right)=5-5\cdot\left(\frac{-\ln 0'5}{2}\right)-5\cdot e^{\ln 0'5}=\frac{5}{2}+\frac{5}{2}\cdot\ln 0'5=\frac{5}{2}\cdot(1+\ln 0'5)\approx 0'76713$$

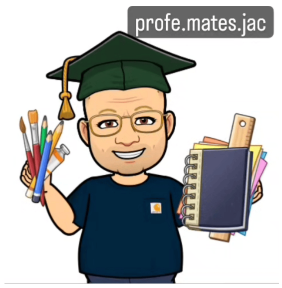
(*altura en km*)

b) La velocidad es $v(t)=\frac{dh}{dt}=-5+10\cdot e^{-2t}$; al cabo de 30 s será de:

$$v(0'5)=-5+10\cdot e^{-1}=\frac{10}{e}-5\ \frac{km}{min}\approx-1'3212\ \frac{km}{min}$$

La aceleración es $a(t)=\frac{dv}{dt}=-20\cdot e^{-2t}$; al cabo de 30 s será de:

$$a(0'5)=-20\cdot e^{-1}=\frac{-20}{e}\ \frac{km}{min^2}\approx-7'3576\ \frac{km}{min^2}$$



José Antonio Cobalea