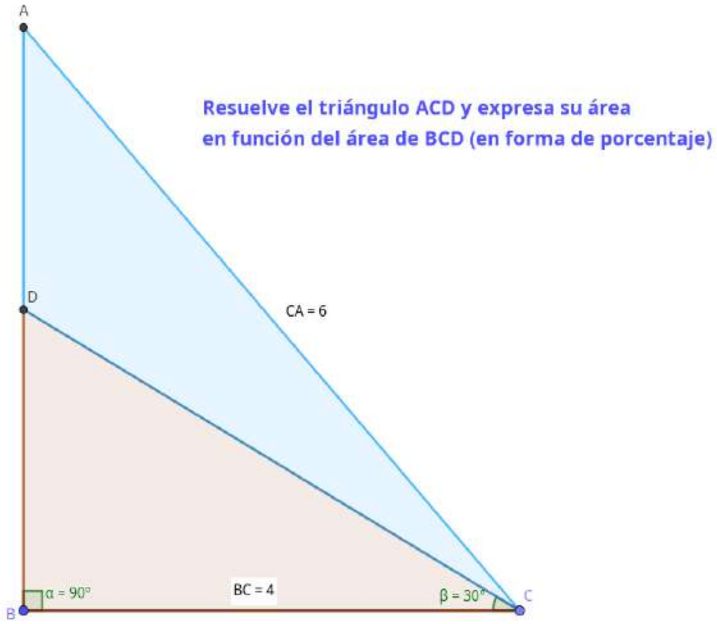
Solución a "Resuelve ACD y algo más"

Enunciado:



Solución:

En el triángulo ***BCD*** tenemos que el ángulo ***D*** vale **60°**. Por tanto en el triángulo ***ACD*** el ángulo ***D*** vale **120°**.

En el triángulo ***BCD*** se tiene:

$$\tan 30^o = \frac{BD}{BC} \Rightarrow BD = \frac{4\cdot\sqrt{3}}{3} \text{ y } CD^2 = \left(\frac{4\cdot\sqrt{3}}{3}\right)^2 + 4^2 = \frac{64}{3} \Rightarrow CD = \frac{8\cdot\sqrt{3}}{3}$$

En el triángulo ***ABC*** : $AB^2 = CA^2 - BC^2 \Rightarrow \left(\frac{4\cdot\sqrt{3}}{3} + AD\right)^2 = 6^2 - 4^2 = 20 \Rightarrow AD = \frac{6\sqrt{5} - 4\sqrt{3}}{3}$

Ya tenemos los tres lados del triángulo ***ACD*** :

$$AD = \frac{6\sqrt{5} - 4\sqrt{3}}{3} \;;\; CD = \frac{8\cdot\sqrt{3}}{3} \;;\; CA = 6$$

Vamos a calcular los dos ángulos que nos faltan del triángulo ***ACD*** :

$$AD^2=CA^2+CD^2-2\cdot CA\cdot CD\cdot\cos\hat{C}\Rightarrow\cos\hat{C}=\frac{CA^2+CD^2-AD^2}{2\cdot CA\cdot CD}$$

$$CA^2+CD^2-AD^2=36+\frac{64}{3}-\frac{76-16\cdot\sqrt{15}}{3}=\frac{96+16\cdot\sqrt{15}}{3}$$

$$2\cdot CA\cdot CD=2\cdot 6\cdot\frac{8\cdot\sqrt{3}}{3}=32\sqrt{3}$$

Dividiendo ambas: $\cos\hat{C}=\frac{96+16\cdot\sqrt{15}}{96\cdot\sqrt{3}}=\frac{6+\sqrt{15}}{6\cdot\sqrt{3}}\Rightarrow\hat{C}\approx 18^o\ 11'\ 22.87''$

Y el ángulo que nos falta: $\hat{A}=180^o-120^o-\hat{C}\approx 41^o\ 48'\ 37.13''$

Ya tenemos los tres lados del triángulo ***ACD*** :

$$\hat{A}\approx 41^o\ 48'\ 37.13''\ ;\ \hat{C}\approx 18^o\ 11'\ 22.87''\ ;\ \hat{D}=120^o$$

Área del triángulo ***BCD*** : $A_{BCD}=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot\frac{4\sqrt{3}}{3}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$

Área del triángulo ***ACD*** : $A_{ACD}=\frac{1}{2}\cdot AD\cdot CD\cdot sen\,120^o=\frac{1}{2}\cdot\frac{6\sqrt{5}-4\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{8\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$A_{ACD}=\frac{2\cdot\left(6\sqrt{5}-4\sqrt{3}\right)}{3}$$

Ahora expresamos esta última área en función del ***BCD*** (%):

$$\frac{A_{ACD}}{A_{BCD}}\cdot 100=\left(\frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}-1\right)\cdot 100\approx 93'6492$$

Solución: ***93’6492%*** (*aprox.*)