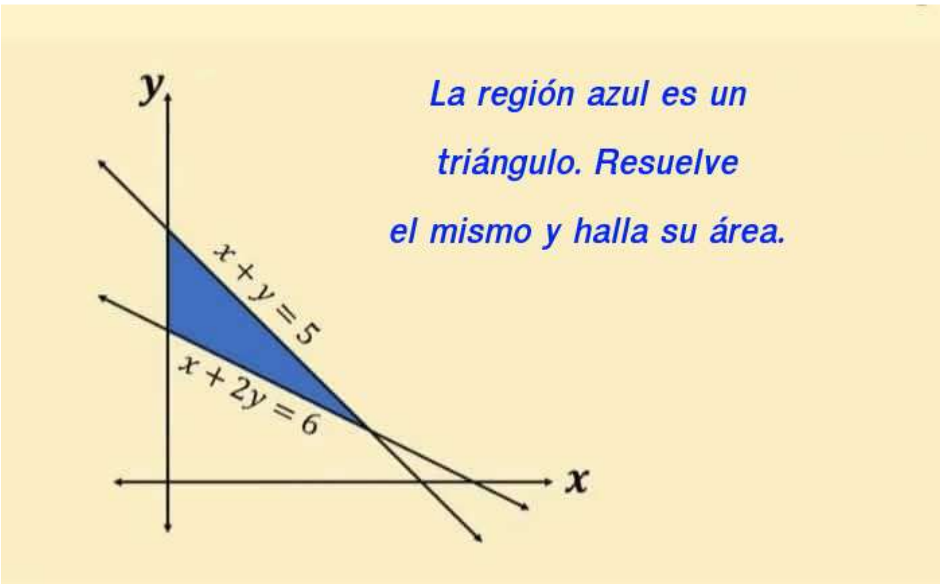
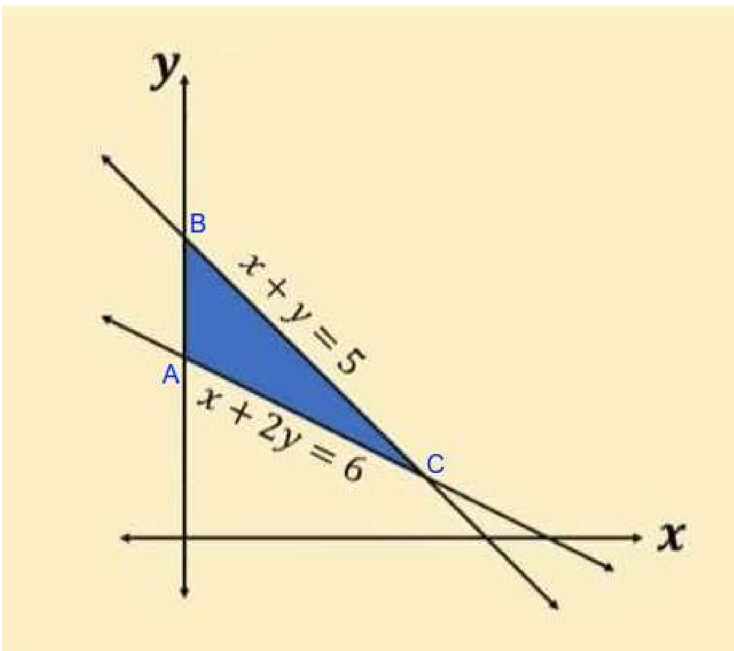
Solución a “Resuelve el triángulo azul y halla su área”

Enunciado:



Solución:

Consideremos los vértices del triángulo:



Calculemos ***A***, ***B*** y ***C***:

$\begin{cases} x+2y=6 \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow y=3$; el punto ***A(0, 3)***.

$\begin{cases} x+y=5 \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow y=5$; el punto ***B(0, 5).***

$\begin{cases} x+y=5 \\ x+2y=6 \end{cases} \Rightarrow x=4, y=1$; el punto ***C(4, 1).***

Entonces los lados del triángulo azul son:

Lado ***a=d(B,C)*** ; $a=\sqrt{4^2+4^2}=\sqrt{32}=4\cdot\sqrt{2}$

Lado ***b=d(A,C)*** ; $b=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\cdot\sqrt{5}$

Lado ***c=d(A,B)*** ; $c=\sqrt{0^2+2^2}=2$

Ya tenemos los tres lados; vamos a calcular sus tres ángulos:

Ángulo ***C*** (por el teorema del coseno):

$$c^2=a^2+b^2-2\cdot a\cdot b\cdot\cos\hat{C}\Rightarrow\cos\hat{C}=\frac{a^2+b^2-c^2}{2\cdot a\cdot b}\Rightarrow\cos\hat{C}=\frac{32+20-4}{16\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$$

luego el ángulo ***C*** es: $\hat{C}\approx 18^o\ 26'\ 5.82''$

Ángulo ***B*** (por el teorema del coseno):

$$b^2=a^2+c^2-2\cdot a\cdot c\cdot\cos\hat{B}\Rightarrow\cos\hat{B}=\frac{a^2+c^2-b^2}{2\cdot a\cdot c}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

luego el ángulo ***B*** es: $\hat{B}=45^o$

Ángulo ***A*** (por el teorema del coseno):

$$a^2=b^2+c^2-2\cdot b\cdot c\cdot\cos\hat{A}\Rightarrow\cos\hat{A}=\frac{b^2+c^2-a^2}{2\cdot b\cdot c}=\frac{-\sqrt{5}}{5}$$

luego el ángulo ***A*** es: $\hat{A}\approx 116^o\ 33'\ 54.18''$

Ya está resuelto el triángulo; vamos a calcular su área ahora:

$$A_{TRI}=\frac{1}{2}\cdot a\cdot c\cdot sen\,\hat{B}=\frac{1}{2}\cdot 4\sqrt{2}\cdot 2\cdot sen\,45^{o}=4\ u^{2}$$ *(unidades cuadradas)*

José Antonio Cobalea