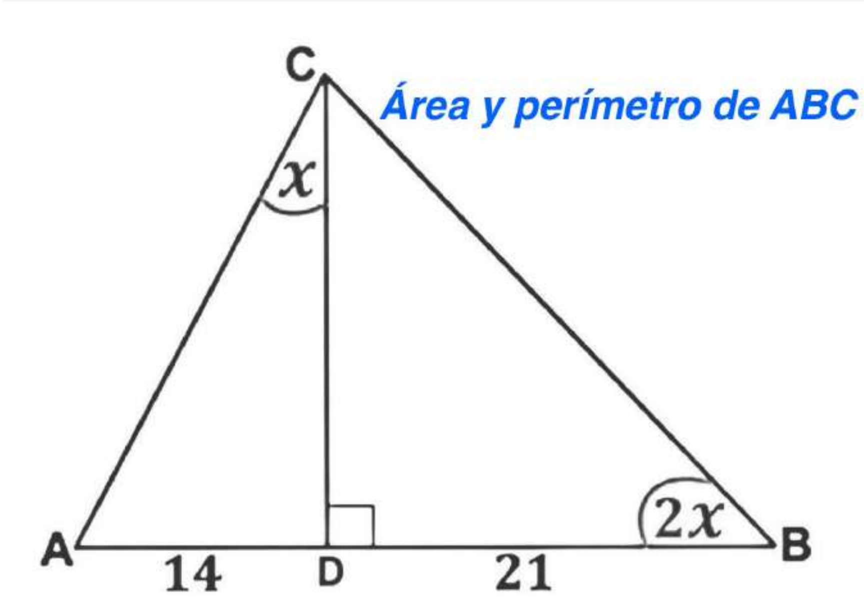
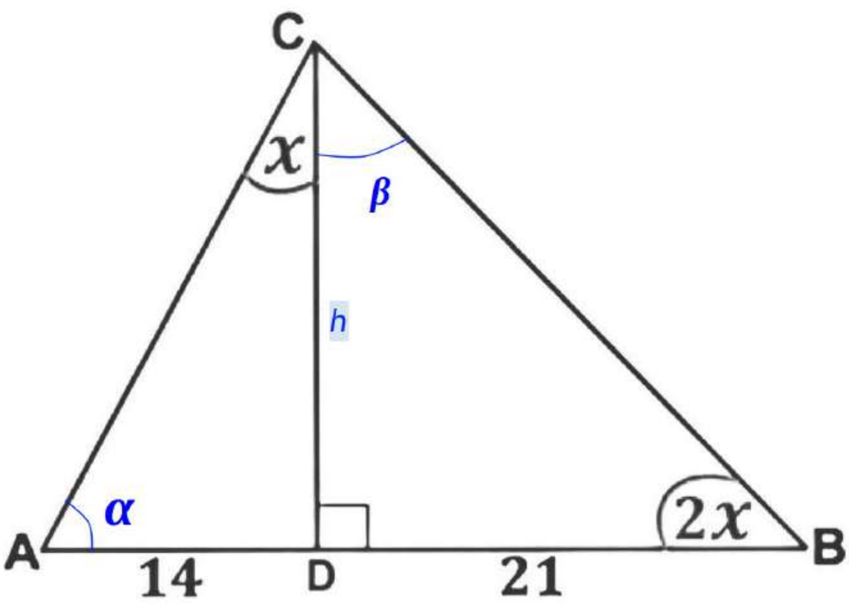
Solución a "Halla el área de ABC y también su perímetro"

Enunciado:



Solución:

Consideremos la figura con estos datos:



En la misma tenemos que: $\alpha = 90^o - x$; $\beta = 90^o - 2x$ y $h = CD$.

Tenemos que: $\tan x = \frac{14}{h}$ y $\tan(2x) = \frac{h}{21}$; pero $\tan(2x) = \frac{2 \cdot \tan x}{1 - (\tan x)^2}$

Sustituyendo:

$$\frac{h}{21}=\frac{\frac{28}{h}}{1-\frac{196}{h^2}}=\frac{\frac{28}{h}}{\frac{h^2-196}{h^2}}=\frac{28}{h}\div\frac{h^2-196}{h^2}=\frac{28h}{h^2-196}\Rightarrow h\cdot(h^2-196)=588h\Rightarrow h^2=784\Rightarrow h=28$$

(28= h = CD = altura sobre el lado AB).

El área de ABC sería: $A_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot 35\cdot 28=490\ u^2$

El área de ABC es de 490 u² (unidades cuadradas)

Calculemos ahora los lados que nos faltan:

$$AC^2=14^2+28^2=980\Rightarrow AC=14\cdot\sqrt{5}$$

$$BC^2=21^2+28^2=1225\Rightarrow BC=35$$

Se trata de un triángulo isósceles.

Su perímetro valdrá:

$$P_{ABC}=35\cdot 2+14\cdot\sqrt{5}=70+14\cdot\sqrt{5}\approx 101'305$$

El perímetro de ABC mide aproximadamente 101'305

(unidades lineales)