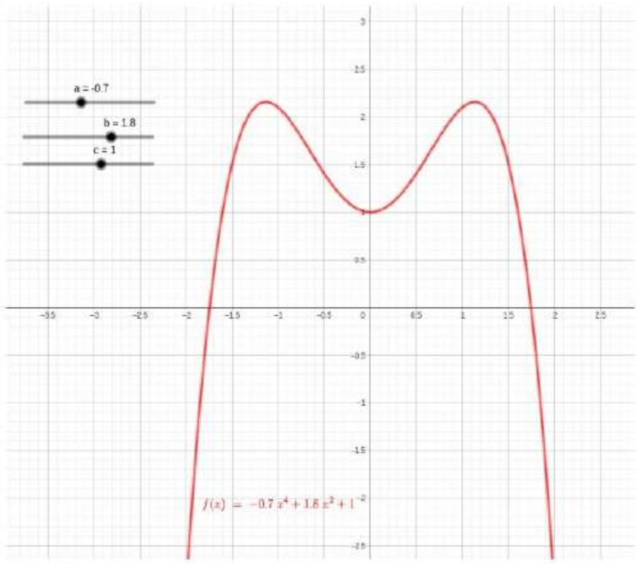
Solución a "Determina la función polinómica"

Enunciado:

La función $f(x)=ax^4+bx^2+c$ *tiene un mínimo en el punto (-1, 0) y corta al eje de ordenadas en el punto* $y=1$. *Con estos datos, halla razonadamente los valores de los parámetros* a , b *y* c *y, calcula para dichos valores, los máximos y mínimos de dicha función así como los intervalos de crecimiento y decrecimiento.*



Solución:

Al tener un mínimo en dicho punto (-1, 0), dicho punto pertenece a su gráfica, por lo que $f(-1)=0$.

Como corta al eje de ordenadas en y=1, el punto (0, 1) pertenece a su gráfica, por lo que $f(0)=1$.

Hasta ahora tenemos que: $a+b+c=0$; $c=1$; $a+b=-1$.

Al tratarse de una función polinómica y por tanto derivable y tener un mínimo en -1 se ha de cumplir: $f'(-1)=0$; pero $f'(x)=4ax^3+2bx$ con lo que $-4a-2b=0 \Leftrightarrow 2a+b=0$

Tenemos el sencillo sistema: $\begin{cases} 2a+b=0 \\ a+b=-1 \end{cases}$, cuya solución es ***a=1, b=-2***

Solución: ***a=1, b=-2 y c=1***

https://profematesjac.wordpress.com/

José Antonio Cobalea

La función sería: $f(x)=x^4-2x^2+1$.

Los valores máximos y mínimos relativos, si los hubiere, se hallan de la ecuación $f'(x)=4x^3-4x=4x\cdot(x^2-1)=0 \Rightarrow x=0 \;;\; x=-1 \;;\; x=1$ *(hay tres candidatos)*

Estudiemos el signo de la derivada.

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 1)$	$(1, +\infty)$
Signo derivada	**-**	**+**	**-**	**+**

En el punto (-1, 0) hay un mínimo local.

En el punto (0, 1) hay un máximo local.

En el punto (1, 0) hay un mínimo local.

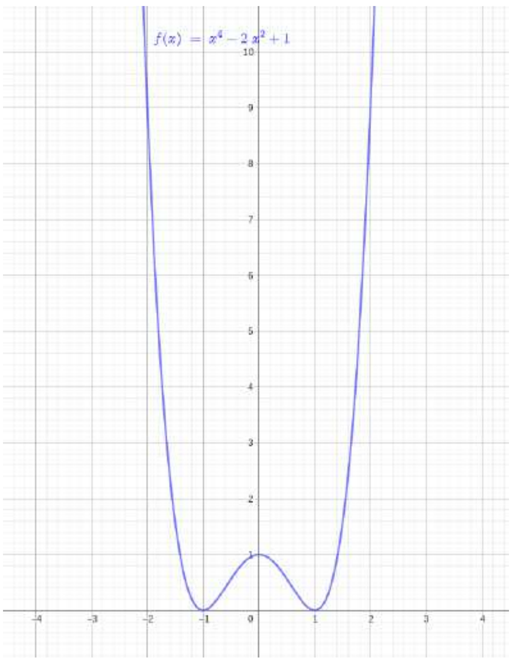
Los intervalos de monotonía de f son:

f es estrictamente decreciente en el intervalo $(-\infty, -1)$

f es estrictamente creciente en el intervalo $(-1, 0)$

f es estrictamente decreciente en el intervalo $(0, 1)$

f es estrictamente creciente en el intervalo $(1, +\infty)$



https://profematesjac.wordpress.com/

José Antonio Cobalea