Solución a "Dos problemas de probabilidad"

Enunciado:

Resuelve estos dos problemas de probabilidad:

1) *En un supermercado se ha estudiado el número de clientes que compran tres productos A, B y C. Del estudio se ha obtenido que un 14% de los clientes compra el producto A y un 12% compra el producto B. Además, un 4% compra A y B, un 2% compra A y C y ningún cliente que compre C compra también B.*

a) *¿Cuántos clientes compran únicamente el producto B?*

b) *Sabiendo que un cliente ha comprado A, ¿cuál es la probabilidad de que también haya comprado C pero no B?*

2) *En un congreso se reúnen 250 médicos del Benelux, de los cuales 115 son holandeses; 65, belgas, y 70, luxemburgueses. De ellos, el 75% de los holandeses, el 60% de los belgas y el 65% de los luxemburgueses están a favor de la utilización de una determinada vacuna.*

a) *Seleccionamos al azar a uno de los médicos. ¿Cuál es la probabilidad de que no esté a favor de dicha vacuna?*

b) *Seleccionamos al azar a uno de los médicos y resulta que está a favor del uso de la vacuna. ¿Cuál es la probabilidad de que sea de Holanda o de Luxemburgo?*

Solución:

1) Llamemos a los sucesos:

A = {cliente compra el producto ***A***}, ***B*** = {cliente compra el producto ***B***} y ***C*** = {cliente compra el producto ***C***} ; entonces se tiene que:

$$P(A)=0'14\ ,\ P(B)=0'12\ ;\ P(A\cap B)=0'04\ ;\ P(A\cap C)=0'02\ ;\ P(B/C)=0 \Rightarrow P(B\cap C)=0$$

a) Nos piden aquí $P(B\cap A^c\cap C^c)$, pero como **B** y **C** no tienen elementos en común (son incompatibles) resulta que $P(B\cap A^c\cap C^c)=P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)$

Luego: $P(B\cap A^c\cap C^c)=P(B)-P(A\cap B)=0'12-0'04=0'08$

Solución: ***solo compran el producto B el 8% de los clientes***

b) Al ser ***B*** y ***C*** incompatibles nos piden aquí: $P((C\cap B^c)/A)=P((C-B)/A)=P(C/A)$

Y $P(C/A)=\dfrac{P(C\cap A)}{P(A)}=\dfrac{0'02}{0'14}=\dfrac{1}{7}\approx 0'14286$

Solución: *1/7*

2) En este problema suponemos que no hay médicos con dos o más nacionalidades.

Llamemos a los sucesos:

H = {el médico es holandés}

B = {el médico es belga}

L = {el médico es luxemburgués}

V = {el médico está a favor de usar esa vacuna}

Tenemos que:

$P(H)=\frac{115}{250}=\frac{23}{50}=0'46\ ;\ P(B)=\frac{65}{250}=\frac{13}{50}=0'26\ ;\ P(L)=\frac{70}{250}=\frac{7}{25}=0'28\ ;\ P(V/H)=0'75\ ;\ P(V/B)=0'6\ ;\ P(V/L)=0'65$

a) Nos piden $P(V^c)=1-P(V)$; pero:

$$P(V)=P(H)\cdot P(V/H)+P(B)\cdot P(V/B)+P(L)\cdot P(V/L)=0'46\cdot 0'75+0'26\cdot 0'6+0'28\cdot 0'65=0'683$$

Y por tanto: $P(V^c)=1-0'683=0'317$

Solución: ***la probabilidad de que no esté a favor es de 0'317***

b) Tenemos que calcular aquí: $P\left((H\cup L)/V\right)=\dfrac{P((H\cup L)\cap V)}{P(V)}=\dfrac{P((H\cap V)\cup(L\cap V))}{P(V)}$

Pero, al ser ***H*** y ***L*** incompatibles:

$$P\left((H\cup L)/V\right)=\frac{P((H\cap V)\cup(L\cap V))}{P(V)}=\frac{P(H\cap V)+P(L\cap V)}{P(V)}$$

Y como

$P(H\cap V)=P(H)\cdot P(V/H)=0'46\cdot 0'75=0'345$ y $P(L\cap V)=P(L)\cdot P(V/L)=0'28\cdot 0'65=0'182$

resulta:

$$P\left((H\cup L)/V\right)=\frac{0'345+0'182}{0'683}=\frac{527}{683}\approx 0'7716$$

Solución: ***527/683***