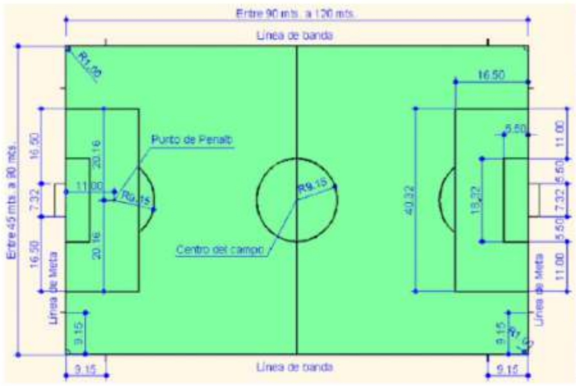
Solución a "El Patético Matriz"

Enunciado:




La Liga de fútbol del reino de ALGEBRIA la juegan 22 equipos a doble vuelta. Este año los partidos ganados valen 3 puntos, los empatados 1 punto y los perdidos 0 puntos. En estas condiciones, el ***PATÉTICO MATRIZ***, campeón de liga, obtuvo 85 puntos. Hasta el año pasado, los partidos ganados valían 2 puntos y el resto igual. Con el sistema antiguo, el actual campeón hubiera obtenido 60 puntos. ¿Cuántos partidos ganó, empató y perdió el equipo campeón? Resuelve el sistema por los métodos de Gauss y después por Cramer.

Solución:

Llamemos:

x = número de partidos ganados el equipo campeón.

y = número de partidos empatados el equipo campeón.

z = número de partidos perdidos el equipo campeón.

Como hay 22 equipos y se juega a doble vuelta, cada equipo juega 42 partidos (21+21), o sea que hay 42 jornadas de liga.

Planteamos el sistema:

$\begin{cases} x+y+z=42 \\ 3x+y=85 \\ 2x+y=60 \end{cases}$; cuya matriz de coeficientes es: $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, cuyo determinante es:

$det(A)=\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}=1\neq 0$, por lo que se trata de un sistema compatible y determinado y podemos resolverlo tanto por el método de Gauss como por la regla de Cramer.

***Vamos a resolverlo por el método de Gauss*:**

La matriz ampliada $(A:B)$ sería:

$(A:B)=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 42 \\ 3 & 1 & 0 & 85 \\ 2 & 1 & 0 & 60 \end{pmatrix}$, matriz del sistema que equivale a: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 42 \\ 0 & 1 & 2 & 24 \\ 0 & 2 & 3 & 41 \end{pmatrix}$

Y llegamos a $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 42 \\ 0 & 1 & 2 & 24 \\ 0 & 0 & -1 & -7 \end{pmatrix}$

De donde observamos que

$z = 7$, $y+2z=24 \Leftrightarrow y=24-14=10$ y $x=42-y-z=42-17=25$

Solución: ***ganó 25 partidos, empató 10 y perdió 7 partidos.***

***Vamos a resolverlo ahora por la regla de Cramer*:**

$$x=\frac{1}{det(A)}\cdot\begin{vmatrix} 42 & 1 & 1 \\ 85 & 1 & 0 \\ 60 & 1 & 0 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 85 & 1 \\ 60 & 1 \end{vmatrix}=25$$

$$y=\frac{1}{det(A)}\cdot\begin{vmatrix} 1 & 42 & 1 \\ 3 & 85 & 0 \\ 2 & 60 & 0 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 3 & 85 \\ 2 & 60 \end{vmatrix}=10$$

$$z=\frac{1}{det(A)}\cdot\begin{vmatrix} 1 & 1 & 42 \\ 3 & 1 & 85 \\ 2 & 1 & 60 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 42 \\ 2 & 0 & 43 \\ 1 & 0 & 18 \end{vmatrix}=-\begin{vmatrix} 2 & 43 \\ 1 & 18 \end{vmatrix}=7$$

Solución: ***ganó 25 partidos, empató 10 y perdió 7 partidos.***