


Solución a "El tren"

Enunciado:



Un tren recorre cierta distancia con velocidad constante. Si esa velocidad se aumenta en 10 km/h el viaje requiere una hora menos; si la velocidad se disminuye en 10 km/h entonces el viaje requiere 1,5 horas más. Calcular la distancia recorrida y la velocidad del tren.

Solución:

Llamemos e a la distancia recorrida, v a la velocidad constante y t al tiempo en horas empleado. Se tiene que: $\frac{e}{v} = t$.

Planteamos:

$$\frac{e}{v+10} = t-1 \Rightarrow \frac{e}{v+10} = \frac{e}{v} - 1 = \frac{e-v}{v}; \quad \frac{e}{v-10} = t+1,5 \Rightarrow \frac{e}{v-10} = \frac{e}{v} + 1,5 = \frac{e+1,5v}{v}$$

De donde se deduce que:

$$\begin{cases} ev = (v+10) \cdot (e-v) \\ ev = (v-10) \cdot (e+1,5v) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ev = ev + 10e - v^2 - 10v \\ ev = ev - 10e + 1,5v^2 - 15v \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v^2 + 10v - 10e = 0 \\ 1,5v^2 - 15v - 10e = 0 \end{cases}$$

Restando las dos últimas obtenemos:

$$-0,5v^2 + 25v = 0 \Leftrightarrow v \cdot (0,5v - 25) = 0 \Rightarrow v = 50 \text{ km/h} \text{ (ya que } v \text{ no puede ser cero).}$$

Sustituyendo en la primera ecuación del sistema anterior:

$$50^2 + 10 \cdot 50 - 10e = 0 \Leftrightarrow e = 300 \text{ km}$$

$$\text{Y el tiempo } t = \frac{e}{v} = \frac{300}{50} = 6 \text{ h}$$



Solución: la distancia recorrida es de 300 km y la velocidad del tren es de 50 km/h