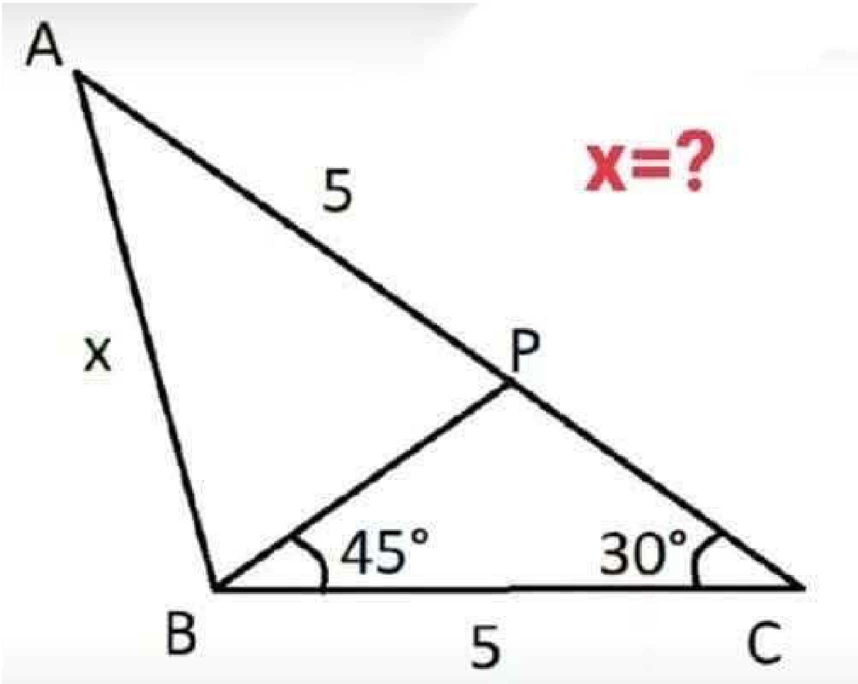
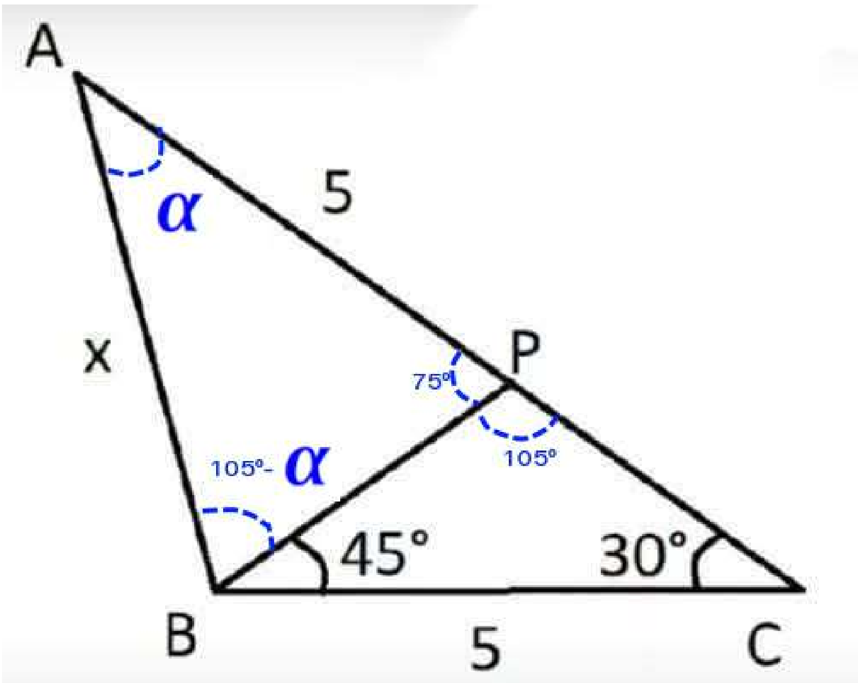
Solución a "Calcula la longitud AB y el área de ABC"

Enunciado:



Solución:

Al ver la figura claramente se deducen los ángulos que faltan:



En el triángulo ΔBCP:

$$\frac{PC}{sen\,45^o}=\frac{5}{sen\,105^o}=\frac{BP}{sen\,30^o}$$

De lo que se deduce que:

$$PC=\frac{5\cdot sen\,45^o}{sen\,105^o}=\frac{\frac{5\cdot\sqrt{2}}{2}}{sen\left(60^o+45^o\right)}=\frac{\frac{5\cdot\sqrt{2}}{2}}{sen\,60^o\cdot\cos 45^o+\cos 60^o\cdot sen\,45^o}=\frac{\frac{5\cdot\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}=\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$$

$$PC=5\cdot\left(\sqrt{3}-1\right)$$

$$BP=\frac{5\cdot sen\,30^o}{sen\,105^o}=\frac{10}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}=\frac{5\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)}{2}=\frac{5\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{2}$$

En el triángulo ΔABP:

$$AB^2=x^2=5^2+BP^2-2\cdot 5\cdot BP\cdot\cos 75^o=25+50-25\sqrt{3}-\left(50-25\sqrt{3}\right)=25\Rightarrow x=5$$

Solución: *AB = x = 5*

Tenemos los tres lados de ΔABC:

$AB=BC=5$ y $AC=5+PC=5+5\cdot\left(\sqrt{3}-1\right)=5\sqrt{3}$; se trata de un triángulo isósceles en el que se ve claro que $\alpha=30^o$. Por tanto, el ángulo ***B*** en el triángulo ΔABC mide:

$$\hat{B}=105^o-\alpha+45^o=120^o$$

Y para calcular el área de un triángulo podemos usar la fórmula: $A_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot a\cdot c\cdot sen\left(\widehat{a,c}\right)$

En nuestro caso el área sería: $A_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 5\cdot sen\,120^o=\frac{25\sqrt{3}}{4}$ *(unidades cuadradas)*