Solución a "Un periódico digital"

Enunciado:

Un periódico digital ha publicado una noticia de última hora. El número de personas que han visto la noticia t horas después de su lanzamiento viene modelado por la función:

$$N(t)=500000\cdot\left(1-e^{-0{,}2t}\right);\ t>0$$

a) *Estudie la monotonía y curvatura de la función N.*

b) *Represente gráficamente la función N y describa su tendencia a lo largo del tiempo.*

c) *¿Cuánto tiempo ha debido de pasar para que la noticia haya sido vista por 450000 personas?*

d) *La velocidad de difusión de la noticia (número de personas por hora que han visto la publicación) es $N'(t)$. ¿Qué conclusión se obtiene al comparar $N'(t)$ en los instantes $t=1$ y $t=10$?*

Solución:

a) Se trata de una función continua y derivable (infinitamente derivable).

Su derivada primera es: $N'(t)=500000\cdot 0'2\cdot e^{-0'2t}=100000\cdot e^{-0'2t}=100000\cdot\frac{1}{e^{0'2t}}$, la cual es siempre positiva; por lo que ***la función N es estrictamente creciente para t>0.***

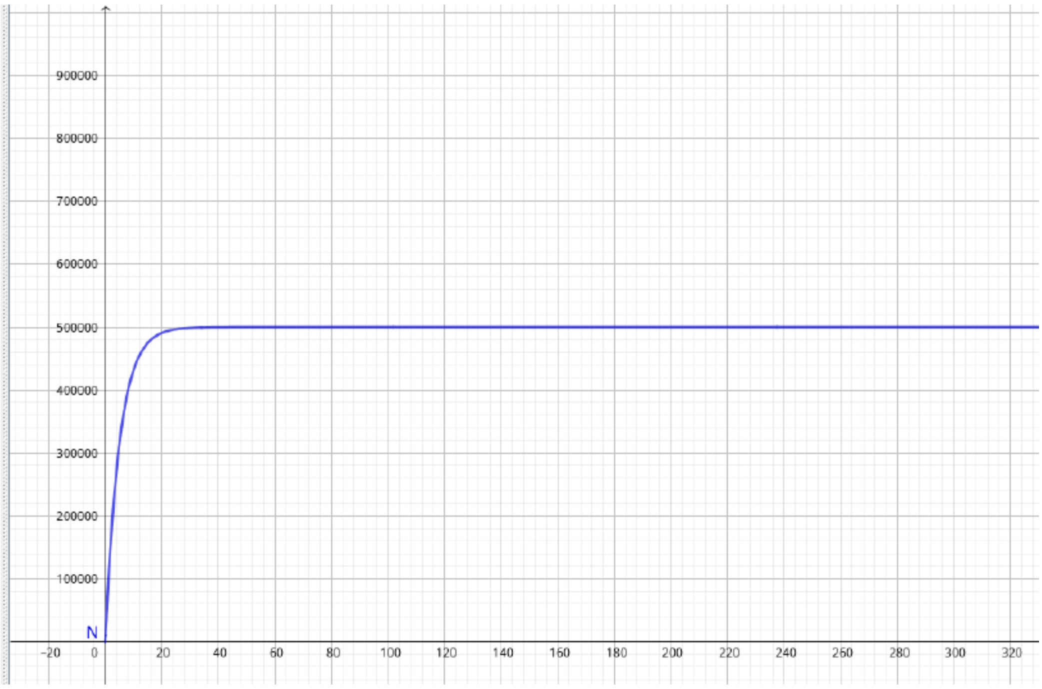
Ahora su curvatura:

$N''(t)=100000\cdot e^{-0'2t}\cdot(-0'2)=-20000\cdot e^{-0'2t}=-20000\cdot\frac{1}{e^{0'2t}}$, la cual es siempre negativa; por lo que ***la función N es cóncava hacia abajo o cóncava para t>0***.

b) Al ser $\lim\limits_{t \to +\infty} N(t) = \lim\limits_{t \to +\infty} \left(500000 \cdot \left(1 - \frac{1}{e^{0'2t}} \right) \right) = 500000$ y $\lim\limits_{t \to 0} N(t) = \lim\limits_{t \to 0} \left(500000 \cdot \left(1 - \frac{1}{e^{0'2t}} \right) \right) = 0$

La tendencia según pasa el tiempo es que el número de personas que vean la noticia cuando t es muy muy grande se aproxime a 500000 (sin llegar nunca a valer dicha cantidad).

Hacemos una tabla de valores y calculamos su representación gráfica:



c) $450000 = N(t) = 500000 \cdot (1 - e^{-0'2t}) \Leftrightarrow 1 - e^{-0'2t} = 0'9 \Leftrightarrow e^{-0'2t} = 0'1 \Leftrightarrow 0'2t = -\ln 0'1$

$$0'2t = \ln 10 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 10}{0'2} \approx 11'5129 \; h$$

Solución: ***aproximadamente 11 horas y media.***

d) $N'(1) = 100000 \cdot e^{-0'2}$ y $N'(10) = 100000 \cdot e^{-2}$; $N'(1) > N'(10)$; ***la velocidad de difusión de la noticia es mayor a la hora que diez horas después de difundirse.***