

Solución a “Halla el inverso del número periódico (al menos de dos formas)”

Enunciado:



Solución:

Llamemos x a dicho número y vamos a hallar su fracción generatriz ($x = m/n$). Su inverso será $1/x = n/m$. Recuerda que $0.\overline{123} = 0.123123123123123\dots$

Primera forma (con la fórmula tradicional):

$$x = \frac{123 - 0}{999} = \frac{123}{999} = \frac{41}{333}$$

Por lo que su inverso será: $\frac{1}{x} = \frac{333}{41} = 8.\overline{12195}$



Segunda forma (calculando la x con ecuaciones):

$$\text{Llamo } x = 0.\overline{123} \rightarrow 1000x = 123.\overline{123} \rightarrow 1000x - 1x = 123 \rightarrow 999x = 123 \rightarrow x = \frac{123}{999} = \frac{41}{333}$$

Por lo que su inverso será: $\frac{1}{x} = \frac{333}{41} = 8.\overline{12195}$

Tercera forma (empleando progresiones geométricas):

$$x = 0.\overline{123} = 0.123123123123123\dots$$

Consideramos la siguiente progresión geométrica:

$$\{0.123, 0.000123, 0.000000123, 0.000000000123, 0.000000000000123, \dots\}$$

Es una progresión geométrica de razón $1/1000 (<1)$ y la suma de los infinitos términos de la misma es precisamente x ; luego:

$$x = S_{\infty} = \frac{0.123}{1 - 1/1000} = \frac{123}{1000} \div \frac{999}{1000} = \frac{123}{999} = \frac{41}{333}$$

Por lo que su inverso será: $\frac{1}{x} = \frac{333}{41} = 8.\overline{12195}$

Solución: **el inverso de dicho número es $333/41$ ($8.\overline{12195}$)**

