

# Solución a "Radio del círculo pequeño"

## Enunciado:

Si el radio del círculo grande es 1, ¿cuál es el radio del pequeño?



## Solución:

Llamemos:

$R$  = radio del círculo grande = 1

$L$  = lado del triángulo equilátero.

$h$  = altura del triángulo equilátero.

$x$  = lado del cuadrado inscrito en el triángulo.

$r$  = radio del círculo pequeño inscrito en el cuadrado.



Calculamos primero el lado del triángulo equilátero  $L$ :

El ángulo central correspondiente a un lado del triángulo es de  $120^\circ$ , por lo que aplicando el teorema del coseno se tiene:

$$L^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos 120^\circ = 3 \Rightarrow L = \sqrt{3} \text{ (ya sabemos el lado del triángulo)}$$

Ahora calculamos la altura de dicho triángulo  $h$  :

$$h^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 = L^2 \Leftrightarrow h^2 = \frac{3L^2}{4} \Leftrightarrow h^2 = \frac{3 \cdot 3}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow h = \frac{3}{2} \text{ (altura del triángulo)}$$



Vamos ahora por el lado del cuadrado inscrito  $x$  :

Por semejanza se tiene que:  $\frac{h}{L} = \frac{h-x}{x} = \frac{h}{x} - 1 \Leftrightarrow \frac{h}{x} = 1 + \frac{h}{L} = \frac{L+h}{L} \Rightarrow \frac{x}{h} = \frac{L}{L+h} \Leftrightarrow x = \frac{h \cdot L}{L+h}$

Por lo que:  $x = \frac{3\sqrt{3}}{2} \div \left(\sqrt{3} + \frac{3}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \div \frac{2\sqrt{3}+3}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+3} = \frac{3\sqrt{3}(2\sqrt{3}-3)}{3} = 6 - 3\sqrt{3}$  (lado del cuadrado)

Finalmente, el radio del círculo pequeño es la mitad del lado del cuadrado, por lo que:

$$r = \frac{x}{2} = \frac{6 - 3\sqrt{3}}{2} = 3 - \frac{3\sqrt{3}}{2} \approx 0.4019237886 \text{ (radio del círculo pequeño)}$$

Véase la situación con el gráfico siguiente realizado con Geogebra:

