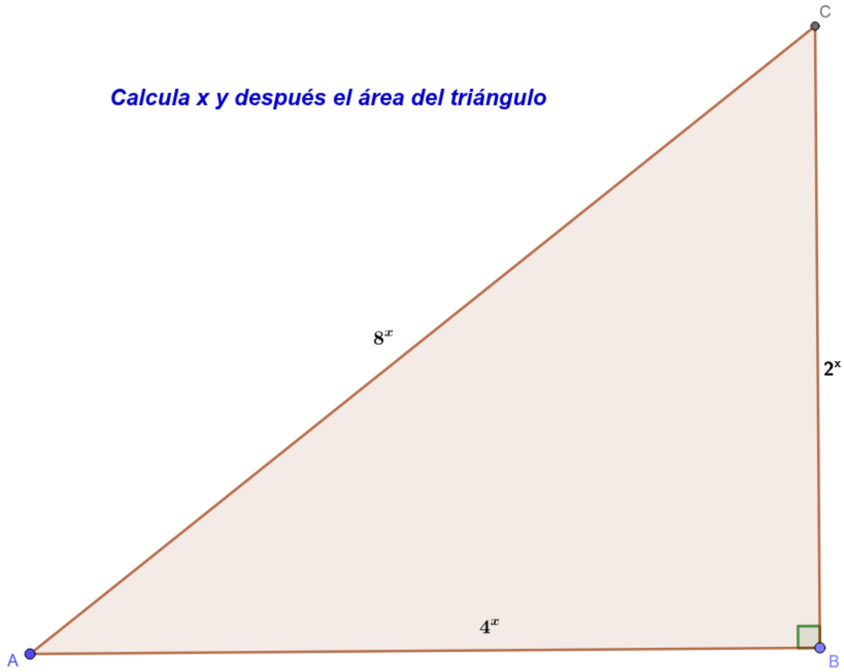
Solución a "Calcula x y después el área del triángulo"

Enunciado:



Solución:

Se trata de un triángulo rectángulo. Además: $4^x=(2^2)^x=(2^x)^2$ y $8^x=(2^3)^x=(2^x)^3$.

Por el teorema de Pitágoras:

$(8^x)^2=(2^x)^2+(4^x)^2 \Leftrightarrow (2^x)^6=(2^x)^2+(2^x)^4$; si en dicha ecuación llamamos $t=2^x$, obtenemos: $t^6-t^4-t^2=0 \Leftrightarrow t^2\cdot(t^4-t^2-1)=0$; nótese que *t*>0, luego:

$t^4-t^2-1=0$ (*ecuación bicuadrada*). Llamemos $z=t^2$; nótese también que *z*>0:

$z^2-z-1=0 \Leftrightarrow z=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$; resulta que en realidad $t^2=z=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Así pues: $t=\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$.

Calculemos x:

$$t=2^x \Rightarrow \boldsymbol{x}=\log_2 t=\boldsymbol{\log_2\left(\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}\right)}$$ (valor de **x**)

El área del triángulo es: $A_{tri}=\frac{4^x \cdot 2^x}{2}=\frac{8^x}{2}=\frac{(2^x)^3}{2}=2^{3x-1}$

$$3x-1=3\cdot\left(\log_2\left(\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}\right)\right)-1\approx 0´04136$$

El área es aproximadamente: $\boldsymbol{A_{tri}}\approx 2^{0'04136}\approx \boldsymbol{1'02909\ u^2}$

<u>Nótese que:</u>

$\boldsymbol{4^x=\Phi}$ *(número áureo)* , $\boldsymbol{2^x=\sqrt{\Phi}}$ *(raiz cuadrada del número áureo)* y $\boldsymbol{8^x=\Phi\cdot\sqrt{\Phi}}$ *(producto del número áureo con su raíz cuadrada).*