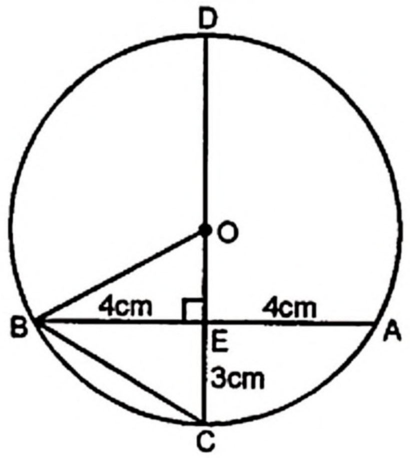
Solución a “Contesta a lo planteado de la figura”

Enunciado:



*En la figura que aparece a la izquierda, **CD** es el diámetro que se encuentra con la cuerda **AB** en el punto **E**, tal que **AE = BE = 4 cm**. Si **CE = 3 cm** :*

a) *Calcula el radio del círculo de dos formas distintas.*

b) *Resuelve el triángulo ΔOBC.*

c) *Halla el área del triángulo ΔOBC de cuatro formas distintas.*

Solución:

a) ***Primera forma***: $OE=r-3\ \ y\ \ OB=r$, donde *r* es el radio del círculo.

Aplicando teorema de Pitágoras al triángulo ***ΔBEO*** obtenemos:

$$r^2=4^2+(r-3)^2 \Leftrightarrow r^2=16+r^2-6r+9 \Leftrightarrow 6r=25 \Leftrightarrow \boldsymbol{r=\frac{25}{6}\ cm}$$

Segunda forma:

El triángulo rectángulo ***ΔAEC*** tiene como hipotenusa **AC= 5 cm.**

El triángulo rectángulo ***ΔDEA*** tiene como catetos $r+r-3=2r-3$ y **EA= *4 cm*** (su hipotenusa es ***DA***). Por tanto: $DA^2=4^2+(2r-3)^2=4r^2-12r+25$

El triángulo rectángulo ***ΔDAC*** tiene como catetos ***DA*** y ***AC*** y como hipotenusa ***DC= 2r***. Por tanto: $(2r)^2=5^2+DA^2 \Leftrightarrow 4r^2=25+DA^2$

De lo que se deduce:

$$4r^2=25+4r^2-12r+25 \Leftrightarrow 12r=50 \Leftrightarrow \boldsymbol{r=\frac{25}{6}\ cm}$$

b) Resolver el triángulo es calcular sus tres lados y sus tres ángulos.

OB= 25/6 cm, OC= 25/6 cm (se trata de un triángulo isósceles). El lado ***BC= 5* cm** pues es la hipotenusa del tríangulo rectángulo ***ΔBEC*** (catetos: 3 y 4 cm). Ya tenemos sus tres lados.

En el triángulo rectángulo ***ΔOEB*** tenemos que: $\tan \hat{O}=\frac{4}{OE}=\frac{4}{r-3}=\frac{4}{7/6}=\frac{24}{7}$

Por lo que: $\hat{O}=\arctan\frac{24}{7}\approx \boldsymbol{73^o\ 44'\ 23.26''}$

Como el triángulo es isósceles $\hat{B}=\hat{C}=\frac{180^o-\hat{O}}{2}\approx \boldsymbol{53^o\ 7'\ 48.37''}$

c) ***Primera forma***: sumando las áreas de los triángulos rectángulos **ΔOEB** y ***ΔBEC*.**

$$A_{OBC}=\frac{4\cdot 7/6}{2}+\frac{3\cdot 4}{2}=\boldsymbol{\frac{25}{3}\ cm^2}$$

Segunda forma: fórmula del área conociendo dos lados y el ángulo que forman.

$$A_{OBC}=\frac{1}{2}\cdot OB\cdot OC\cdot sen\,\hat{O}\approx\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{25}{6}\right)^2\cdot sen(73^o\ 44'\ 23.26'')=\boldsymbol{\frac{25}{3}\ cm^2}$$

Tercera forma: base por altura entre 2.

$$A_{OBC}=\frac{OC\cdot BE}{2}=\frac{4\cdot 25/6}{2}=\boldsymbol{\frac{25}{3}\ cm^2}$$

Cuarta forma: con la fórmula de Herón.

Lados: 25/6, 25/6 y 5 cm.

p= semiperímetro = 20/3

$$A_{OBC} = \sqrt{\frac{20}{3} \cdot \left(\frac{20}{3} - \frac{25}{6}\right) \cdot \left(\frac{20}{3} - \frac{25}{6}\right) \cdot \left(\frac{20}{3} - 5\right)} = \frac{25}{3}\ cm^2$$