

Solución a “Find the exact value of x ”

Enunciado:

$$1^x + 10^x = 100^x$$

Find the value x x (exact)

Solución:

$100^x = (10^2)^x = (10^x)^2$; por lo que: $1^x + 10^x = 100^x \Leftrightarrow (10^x)^2 - 10^x - 1 = 0$; hacemos el cambio de variable ($z = 10^x$) y obtenemos la ecuación de segundo grado: $z^2 - z - 1 = 0$, cuya solución positiva (pues $z > 0$) es el número áureo: $z = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

O sea que:

$$z = 10^x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = \log_{10} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right) \quad (\text{solución al valor exacto de } x)$$

