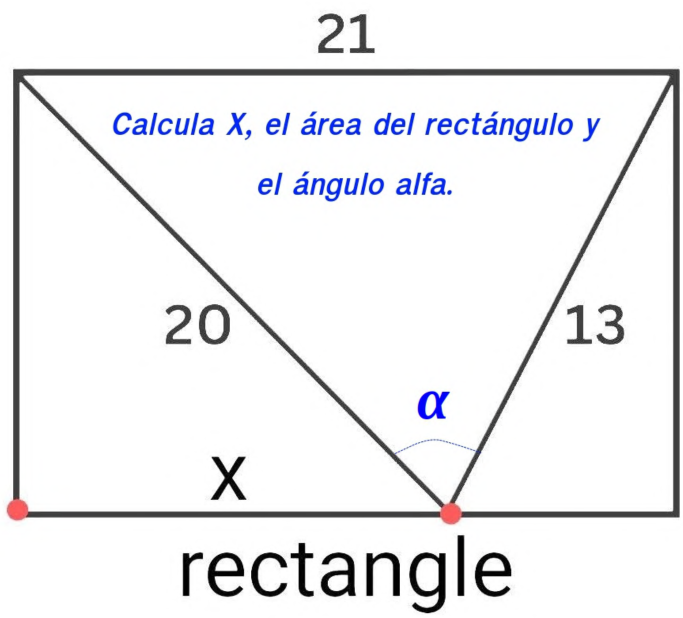
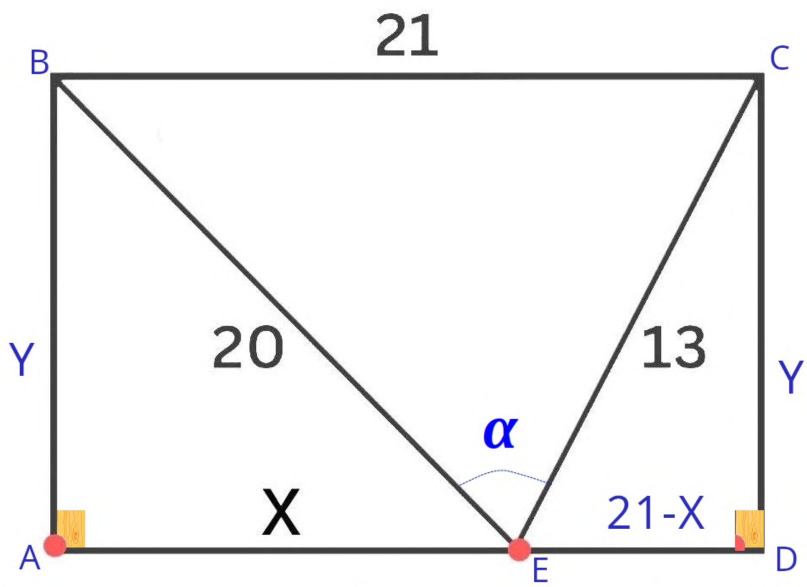
Solución a "Calcula X, área del rectángulo y ángulo pedido"

Enunciado:



Solución:

Consideremos la figura con los siguientes datos:



Aplicando el teorema de Pitágoras a los triángulos ***ΔABE*** y ***ΔCDE*** se tiene:

$\begin{cases} 20^2 = X^2 + Y^2 \\ 13^2 = (21 - X)^2 + Y^2 \end{cases}$, sistema equivalente a: $\begin{cases} Y^2 = 400 - X^2 \\ Y^2 = -X^2 + 42X - 272 \end{cases}$; por lo que:

$400 - X^2 = -X^2 + 42X - 272 \Leftrightarrow 672 = 42X \Leftrightarrow \boldsymbol{X = 16}$ (*valor buscado de* X)

Las dimensiones del rectángulo son 21 e Y; como $Y^2 = 400 - X^2 = 400 - 256 = 144$ (al ser Y>0), resulta *Y = 12*.

Con lo que *el área del rectángulo es*: 21 * 12 = ***252 u²*** (*unidades cuadradas*)

El ángulo ***E*** en el triángulo ***ΔABE*** se calcula: $\tan \hat{E} = \frac{Y}{X} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$, con lo que $\hat{E}_1 = \arctan\left(\frac{3}{4}\right)$, lo que da $\hat{E}_1 \approx 36^o\ 52'\ 11.63''$.

El ángulo ***E*** en el triángulo ***ΔCDE*** se calcula: $\tan \hat{E} = \frac{Y}{21 - X} = \frac{12}{5}$, con lo que $\hat{E}_2 = \arctan\left(\frac{12}{5}\right)$, lo que da $\hat{E}_2 \approx 67^o\ 22'\ 48.49''$.

El ángulo α es

$$\boldsymbol{\alpha} = 180^o - \hat{E}_1 - \hat{E}_2 \approx 180^o - 36^o\ 52'\ 11.63'' - 67^o\ 22'\ 48.49'' = \boldsymbol{75^o\ 44'\ 59.88''}$$