

Solución a “Dos hospitales materno-infantil”

Enunciado:



En una región cada bebé que nace tiene un 45% de posibilidad de ser niño y un 55% de ser niña. En la región hay dos hospitales **A** y **B**. En el hospital **A** nacen 10 bebés al día, mientras que en el hospital **B** nacen 15 bebés al día. En un día cualquiera:

- a)** En el hospital **A** ¿cuál es la probabilidad de que nazcan más de tres niñas?
- b)** En el hospital **B** ¿cuál es la probabilidad de que nazcan entre 5 y 10 niños?
- c)** ¿En cuál de los dos hospitales es más probable que más del 80% de los nacimientos de ese hospital sean niñas?

Solución:

Llamemos **X** a la variable aleatoria “número de niñas nacidas en el hospital **A** en un día” e **Y** a la variable aleatoria “número de niños nacidos en el hospital **B** en un día”.

$X \equiv B(10 ; 0.55)$ e $Y \equiv B(15 ; 0.45)$ (ambas binomiales)

$$\mathbf{a)} \quad P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - [P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)]$$

$$P(X=0) = \binom{10}{0} \cdot 0.55^0 \cdot 0.45^{10} \approx 0.0003405$$

$$P(X=1) = \binom{10}{1} \cdot 0.55^1 \cdot 0.45^9 \approx 0.0041617$$

$$P(X=2) = \binom{10}{2} \cdot 0.55^2 \cdot 0.45^8 \approx 0.0228896$$



$$P(X=3)=\binom{10}{3}\cdot 0.55^3\cdot 0.45^7\approx 0.0746031$$

$$P(X>3)=1-P(X\leq 3)\approx \mathbf{0.8980051}$$

b) ¿ $P(5\leq Y\leq 10)$?

$$P(5\leq Y\leq 10)=P(Y=5)+P(Y=6)+P(Y=7)+P(Y=8)+P(Y=9)+P(Y=10)$$

$$P(Y=5)=\binom{15}{5}\cdot 0.45^5\cdot 0.55^{10}\approx 0.1403605$$

$$P(Y=6)=\binom{15}{6}\cdot 0.45^6\cdot 0.55^9\approx 0.1914006$$

$$P(Y=7)=\binom{15}{7}\cdot 0.45^7\cdot 0.55^8\approx 0.2013435$$

$$P(Y=8)=\binom{15}{8}\cdot 0.45^8\cdot 0.55^7\approx 0.1647356$$

$$P(Y=9)=\binom{15}{9}\cdot 0.45^9\cdot 0.55^6\approx 0.1048318$$

$$P(Y=10)=\binom{15}{10}\cdot 0.45^{10}\cdot 0.55^5\approx 0.0514629$$

$$P(5\leq Y\leq 10)\approx \mathbf{0.8541348}$$

c) En el hospital **A** nacen 10 bebés diarios ; el 80% de 10 son 8 bebés. Luego X ha de ser 9 ó 10 niñas. Me piden $P(X=9)+P(X=10)$.

$$P(X=9)=\binom{10}{9}\cdot 0.55^9\cdot 0.45^1\approx 0.0207241$$

$$P(X=10)=\binom{10}{10}\cdot 0.55^{10}\cdot 0.45^0\approx 0.0025329$$

Probabilidad para **A**: **0.023257**



En el hospital **B** nacen 15 bebés diarios ; el 80% de 15 son 12 bebés. Es decir han de nacer 13, 14 ó 15 niñas.

Llamemos **Z** a la variable aleatoria “número de niñas nacidas en el hospital **B** en un día”.

$$Z \equiv B(15; 0.55)$$

Me piden: $P(Z=13) + P(Z=14) + P(Z=15)$.

$$P(Z=13) = \binom{15}{13} \cdot 0.55^{13} \cdot 0.45^2 \approx 0.0089604$$

$$P(Z=14) = \binom{15}{14} \cdot 0.55^{14} \cdot 0.45 \approx 0.0015645$$

$$P(Z=15) = \binom{15}{15} \cdot 0.55^{15} \cdot 0.45^0 \approx 0.0001275$$

Probabilidad para **B**: **0.0106524**

En el hospital A es más probable que más del 80% de los bebés nacidos en un día sean niñas.

