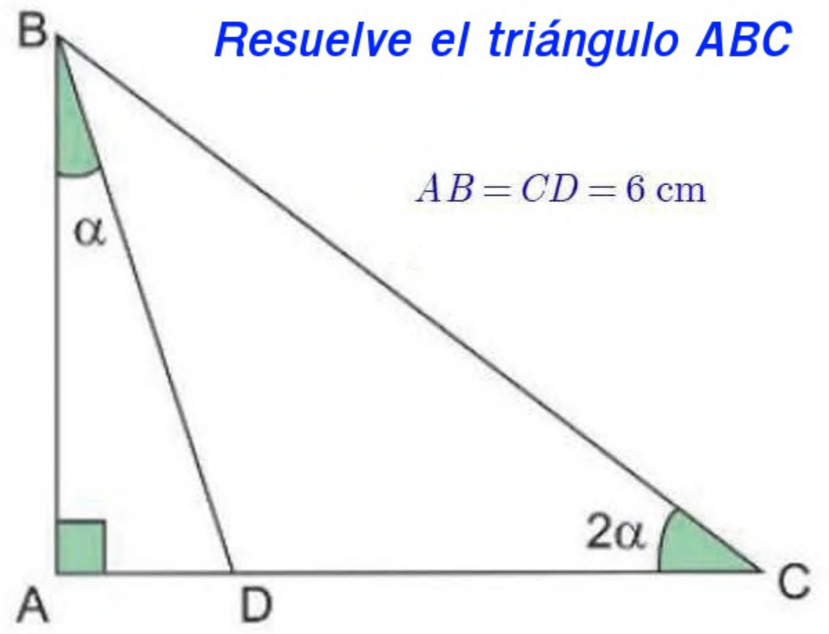
Solución a "Resuelve el triángulo ABC"

Enunciado:



Solución:

Llamemos $x=\overline{AD}$; entonces: $\tan\alpha=\dfrac{x}{6}$ y $\tan(2\alpha)=\dfrac{6}{x+6}$. Usando la fórmula de la tangente del ángulo doble:

$$\frac{6}{x+6}=\frac{2\tan\alpha}{1-(\tan\alpha)^2}=\frac{\frac{2\cdot x}{6}}{1-\left(\frac{x}{6}\right)^2}=\frac{\frac{x}{3}}{1-\frac{x^2}{36}}=\frac{x}{3}\div\frac{36-x^2}{36}=\frac{36x}{108-3x^2}$$

Por lo que: $6\cdot(108-3x^2)=(x+6)\cdot 36x \Leftrightarrow 648-18x^2=36x^2+216x \Leftrightarrow x^2+4x-12=0$; cuya solución positiva es x = 2.

Así pues: $\overline{AD}=2\ cm$

En el triángulo ***ΔABD***: $\tan\alpha=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow\alpha=\arctan\left(\dfrac{1}{3}\right)\approx 18^o\ 26'\ 5.82''$

Y por tanto, en el triángulo ***ΔABC***: $\mathbf{2\alpha\approx 36^o\ 52'\ 11.63''}$; y el ángulo $\hat{B}$ valdrá:

$\hat{\mathbf{B}}=90^o-2\alpha\approx\mathbf{53^o\ 7'\ 48.37''}$; el ángulo $\hat{\mathbf{A}}=\mathbf{90^o}$ (se sabía que era recto).

Solo nos falta calcular la hipotenusa pues *los catetos son*: ***AB=6 y AC=8 cm***.

$BC^2=6^2+8^2=100 \Rightarrow \boldsymbol{BC=10\ \ cm}$ *(hipotenusa)*