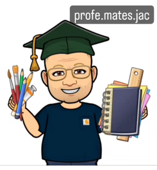
Solución a "Visitas al cementerio"

Enunciado:



*En el cementerio municipal de Ochate se está preparando la campaña de visitas para la semana previa al **Día de Todos los Santos**. Se recogen los siguientes datos y se hacen las siguientes suposiciones:*

- *El número de visitantes diarios al cementerio desde el lunes hasta el viernes crece de forma aproximadamente lineal: el lunes hubo **120** visitantes y el viernes **650** visitantes.*
- *Un sector rectangular del cementerio mide **30 m** de largo por **20 m** de ancho. Las parcelas familiares tienen forma rectangular de **2 m × 3 m** (2 m de ancho por 3 m de largo).*
    - *En el sector hay un pasillo central longitudinal de **2 m** de ancho (que divide el ancho en dos partes) y dos pasillos transversales (anchos **1,5 m** cada uno) que dividen la longitud en tres franjas iguales.*
- *Dos familiares, Ana (desde el pueblo A) y Borja (desde el pueblo B), quieren llegar a las **11:00** al cementerio de Ochate.*
    - *Distancia pueblo A → cementerio = **110 km**. Ana conduce a **90 km/h**.*
    - *Distancia pueblo B → cementerio = **80 km**. Borja conduce a **60 km/h**.*
- *Se hizo una encuesta a **400** visitantes y **320** dijeron que habían llevado flores ese día.*

Responde razonadamente a todas estas cuestiones:

(A) *Modela con una función lineal el número V(d) de visitantes en función del día d (tomando d=1 para el lunes). Con ese modelo, calcula:*

1. *El número de visitantes previsto el sábado (día d=6).*
2. *El total previsto de visitantes de lunes a sábado (suma del día 1 al día 6) según el modelo.*
3. *¿En qué día d (valor real) el modelo predice que se alcanzarán **1000** visitantes? ¿Qué interpretación práctica tiene ese resultado?*

(B) *Calcula:*

1. *Cuántas parcelas familiares de 2×3 m caben, colocadas en sentido paralelo, en el sector teniendo en cuenta los pasillos descritos.*
2. *Qué porcentaje del área del sector ocupan esas parcelas (área total de parcelas / área del sector × 100%).*

(C) *¿A qué hora debe salir cada uno (Ana y Borja) para llegar exactamente a las **11:00**? Da los resultados en horas y minutos (puedes redondear a minuto).*

(D) *Con los datos de la encuesta (400 visit., 320 con flores):*

1. *Calcula la proporción p de visitantes que trajeron flores.*
2. *Si elegimos al azar un grupo de 3 visitantes, ¿cuál es la probabilidad de que **al menos uno** de los tres llevara flores?*
3. *Si un grupo de 10 visitantes entra al mismo tiempo, ¿cuál es el número esperado (valor esperado) de personas que llevan flores y cuál es la desviación típica (aprox.)?*

Solución:

(A) Al ser una función lineal, tendrá la forma $\boldsymbol{V(d)=m\cdot d+n}$ (hemos de calcular m y n).

$120=V(1)=m+n$ y $650=V(5)=5m+n$; resolviendo el sistema: $\begin{cases} m+n=120 \\ 5m+n=650 \end{cases}$, nos sale que $m=132{,}5$ y $n=-12{,}5$.

La función lineal es: $\boldsymbol{V(d)=132{,}5\cdot d-12{,}5}$ *(modelación)*

1. El número estimado de visitantes para el sábado es: $\boldsymbol{V(6)=782{,}5\approx 783}$

2. El total previsto de visitantes (lunes a sábado) es:

$$V(1)+V(2)+V(3)+V(4)+V(5)+V(6)=120+252{,}5+385+517{,}5+650+782{,}5=2707{,}5\approx 2708$$

2708 visitantes de lunes a sábado

3. $1000=V(d)=132{,}5\cdot d-12{,}5\Rightarrow d=\frac{2025}{2}\div\frac{265}{2}=\frac{2025}{265}=\frac{405}{53}\approx 8$

El lunes siguiente (pues 7 es domingo)

Los mil visitantes se alcanzan justo el día que hace una semana después desde que se inicia el conteo de los visitantes (o sea 7 días después).

(B)

1. En el lado largo, en realidad tenemos una zona de 30-1,5*2=27 m (dividida en tres zonas iguales de 9 m cada una). En el ancho, tenemos una zona de 20-2=18 m (dividida en dos zonas iguales de 9 m cada una). Por tanto, tenemos en cada sector rectangular de 30 x 20 m tenemos 6 zonas de 9 x 9 m donde van ubicadas las parcelas de 2 x 3 m. O sea que en cada zona de 9 x 9 m caben 4 parcelas cada 3 metros longitudinales; por tanto: 12 parcelas. Como hay 6 zonas 9 x 9 m, en total cabrán 12*6 = ***72 parcelas (de 2 x 3 m)***.

2. El área total de las 72 parcelas es de 72*6=432 m^2 y el área total del sector de 30 x 20 m es de 600 m^2 ; lo cual representa un porcentaje de

$$100\,\%\cdot\left(\frac{432}{600}=\frac{18}{25}=0{,}72\right)=\boldsymbol{72\,\%}$$

(C)

Ana ha de recorrer 110 km a 90 km/h , por lo que tardará: $t_1 = \frac{110}{90} = \frac{11}{9}\ horas \approx 1h\ 13\,min$

Borja ha de recorrer 80 km a 60 km/h , por lo que tardará: $t_2 = \frac{80}{60} = \frac{4}{3}\ horas = 1h\ 20\,min$

Como han de estar ambos a las 11:00:

Ana ha de salir 1h y 13 min antes de esa hora, es decir, ***a las 9 h y 47 min (Ana).***

Borja ha de salir 1h y 20 min antes de esa hora, es decir, ***a las 9 h y 40 min (Borja).***

(D)

1. La proporción que trajo flores es de: $\frac{320}{400} = \boldsymbol{\frac{4}{5} = p}$

2. La probabilidad de que al menos uno llevara flores es ***1 – probabilidad de que ninguno llevara flores***; o sea:

$$1 - \binom{80}{3} \div \binom{400}{3} = 1 - \frac{1027}{132335} = \boldsymbol{\frac{131308}{132335} \approx 0{,}9922}$$

3. Llamemos ***X = número de personas que llevan flores***.

En este caso X sigue una distribución binomial de parámetros n=10 y p=4/5.

El valor esperado es $E(X) = n \cdot p = \frac{10 \cdot 4}{5} = \boldsymbol{8}$ ***(personas)***

La desviación típica es $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q} = \sqrt{10 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{5}} \approx \boldsymbol{1{,}2649}$