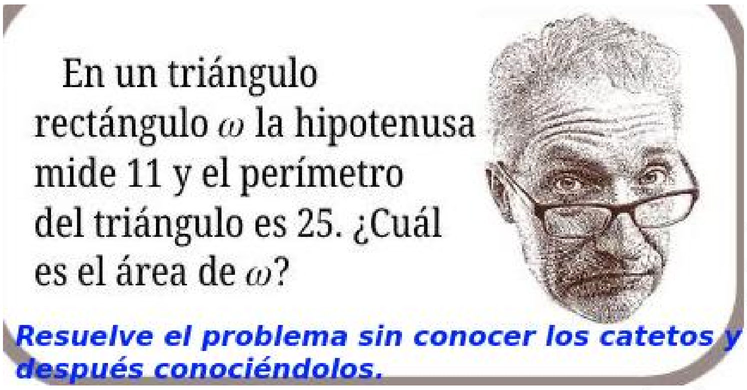
Solución a “Averigua el área del triángulo rectángulo”

Enunciado:



Solución:

Llamemos ***a*** y ***b***, respectivamente a los catetos.

<u>Primero calculemos el área sin conocer los catetos:</u>

Tenemos que $a+b+11=25 \Rightarrow a+b=14$

Sabemos que $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$

Usando el teorema de Pitágoras: $11^2=a^2+b^2 \Leftrightarrow 121=a^2+b^2$

Luego: $14^2=(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=121+2ab \Rightarrow 196=121+2ab \Leftrightarrow 75=2ab \Rightarrow ab=\frac{75}{2}$

Y el área del triángulo es: $A_{tri}=\frac{1}{2}\cdot ab=\frac{1}{2}\cdot\frac{75}{2}=\frac{75}{4}\ u^2=18'75\ u^2$

El área del triángulo es de 18´75 u² (unidades cuadradas)

<u>Ahora calculemos el área conociendo los catetos:</u>

Planteamos el sistema: $\begin{cases} a+b=14 \\ a^2+b^2=11^2 \end{cases}$ (*la ecuación de arriba por el perímetro y la de abajo por Pitágoras*)

Resolvamos dicha ecuación por el método de sustitución: $b=14-a$

Sustituyendo en la segunda: $a^2+(14-a)^2=121 \Leftrightarrow a^2+196-28a+a^2=121 \Leftrightarrow 2a^2-28a+75=0$

Ecuación de segundo grado cuya incógnita es "***a***":

$$a=\frac{28\pm\sqrt{784-600}}{4}=\frac{28\pm\sqrt{184}}{4}=\frac{28\pm 2\cdot\sqrt{46}}{4}=7\pm\frac{\sqrt{46}}{2}$$ (dos posibles valores para "***a***")

Si $a_1=7+\frac{\sqrt{46}}{2}$, entonces $b_1=14-a_1=14-\left(7+\frac{\sqrt{46}}{2}\right)=7-\frac{\sqrt{46}}{2}$

Y si $a_2=7-\frac{\sqrt{46}}{2}$, entonces $b_2=14-a_2=14-\left(7-\frac{\sqrt{46}}{2}\right)=7+\frac{\sqrt{46}}{2}$

En cualquier caso, los catetos de dicho triángulo rectángulo son $7+\frac{\sqrt{46}}{2}$ y $7-\frac{\sqrt{46}}{2}$

Y por tanto, el área de dicho triángulo será la mitad del producto de ambos:

$$A_{tri}=\frac{1}{2}\cdot\left(7+\frac{\sqrt{46}}{2}\right)\cdot\left(7-\frac{\sqrt{46}}{2}\right)=\frac{1}{2}\cdot\left(7^2-\left(\frac{\sqrt{46}}{2}\right)^2\right)=\frac{1}{2}\cdot\left(49-\frac{46}{4}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{75}{2}=\frac{75}{4}\ u^2=18´75\ u^2$$

Luego:

***El área del triángulo es de 18´75 u²** (unidades cuadradas)*