Solución a “Aceitunas aliñadas”

Enunciado:

Una empresa produce aceitunas aliñadas artesanales. Para una producción concreta han preparado lo siguiente:

- *Tienen 20000 kg de aceitunas en crudo.*
- *Preparan una salmuera disolviendo 1600 kg de sal en 16000 L de agua (suponemos 1 L = 1 kg).*
- *Después de fermentar, mezclan las aceitunas con esa salmuera y obtienen un lote total que envasan en tarros. Cada tarro contiene **150 g de aceituna** y **100 g de salmuera** (neto 250 g por tarro).*
- *Costes y datos contables para este lote:*
  - *Precio de compra de las aceitunas: **1.20 €/kg**.*
  - *Precio de la sal: **0.50 €/kg**.*
  - *Coste fijo de mano de obra y energía para toda la operación (por lote): **6000 €**.*
  - *Coste del tarro y etiquetado por unidad: **0.30 € / tarro**.*
- *Supongamos además que la demanda mensual de tarros viene dada por la función lineal $D(p)=4500-1000\cdot p$, donde p es el precio por tarro (en €) que paga el cliente (antes de IVA).*
  (Nota: si $D(p)<0$ para un p dado, se toma demanda 0.)

Plantea y resuelve las preguntas siguientes:

a) *¿Cuál es la concentración de sal (en porcentaje en masa) de la salmuera que han preparado?*

b) *¿Cuántos tarros completos pueden envasar con este lote y cuánto sobrará (en gramos) de aceituna y de salmuera?*

c) *Tienen además dos depósitos con salmueras ya hechas: una al **8%** y otra al **4%** (por masa). ¿Cuántos kg de cada una deben mezclar para obtener **1000 kg** de salmuera al **6%**?*

d) *Calcula el **coste total** del lote y el **coste por tarro** (antes de IVA). A partir de ese coste por tarro, fija un **precio de venta** aplicando un **markup del 25% sobre coste** y añade después el **10% de IVA**. Da todos los resultados numéricos.*

e) *Usando la función de demanda $D(p)=4500-1000\cdot p$, escribe la función ingreso **R(p)** (antes de IVA) y calcula el precio que **maximiza el ingreso**. ¿Cuál es ese ingreso máximo?*

Solución:

a) La salmuera contiene 1600 kg de sal y 16000 L (kg) de agua; en total 17600 kg. Por lo que la concentración en sal de la salmuera es de: $\frac{1600}{17600}=\frac{1}{11}\approx 0.0909$; ***en porcentaje es del 9.09% (aprox.)***

b) 20000 kg = 20000000 g de aceitunas en tarros de 150 g cada uno salen: $\frac{20000000}{150}=\frac{400000}{3}\approx 133333$ tarros completos enteros de aceitunas.

133 333 tarros completos enteros de aceitunas.

© José Antonio Cobalea CC BY-NC-ND https://profematesjac.wordpress.com/

Sobran $20000000-133333\cdot 150=50$; *sobran 50g de aceitunas.*

Sobran $17600000-133333\cdot 100=4266700$; *sobran 4 266 700g de salmuera.*

c) Llamemos ***x*** a los kg necesarios de la concentración en sal de la salmuera del 8% e ***y*** a los kg necesarios de la concentración en sal de la salmuera del 4%, entonces se tiene:

$$\begin{cases} x+y=1000 \\ \frac{8x}{100}+\frac{4y}{100}=\frac{6(x+y)}{100} \end{cases}$$; por tanto nos queda: $$\begin{cases} x+y=1000 \\ 8x+4y=6x+6y \end{cases} \equiv \begin{cases} x+y=1000 \\ x=y \end{cases}$$

500 kg de cada una de ellas (500 kg del 8% y 500 kg del 4%).

d) El coste total del lote en euros sería:

Coste aceitunas: $20000\cdot 1.20=24000$

Coste de la sal: $1600\cdot 0.50=800$

Coste fijo mano obra y energía (por lote): **6000**

Coste de los tarros ya etiquetados: $133333\cdot 0.30=39999.90$

En total sería: $24000+800+6000+39999.90=70799.90$

El coste total de cada lote en euros es 70 799.90 euros.

El coste por tarro antes de IVA sería de: $\frac{70799.90}{133333}\approx 0.531$

El coste total por tarro es 0.53 euros

Con el *markup del 25% sobre el coste* queda: $0.531\cdot 1.25\approx 0.664$ (*antes de IVA*)

El precio de venta de cada tarro *con el IVA* quedaría, por tanto: $0.664\cdot 1.10\approx 0.73$

El precio de venta de cada tarro es de 0.73 euros

e) La función ingreso antes de IVA sería:

© José Antonio Cobalea CC BY-NC-ND https://profematesjac.wordpress.com/

$R(p) = p \cdot D(p) = p \cdot (4500 - 1000 \cdot p) = 4500 \cdot p - 1000 \cdot p^2$, donde ***p*** representa el precio por tarro en euros que paga el cliente (antes de IVA).

Maximizamos dicha función ingreso: $0 = R'(p) = 4500 - 2000 \cdot p \Leftrightarrow p = \frac{9}{4} = 2.25$ euros.

$R''(p) = -2000 < 0 \Rightarrow R''(2.25) < 0$; luego para ***p=2.25€*** hay un máximo y vale

$R(2.25) = 4500 \cdot 2.25 - 1000 \cdot 2.25^2 = 5062.50$ euros, vendiéndose (demanda):
$D(2.25) = 4500 - 1000 \cdot 2.25 = 2250$ tarros.

Precio por tarro que maximiza el ingreso: 2.25€

Demanda mensual de tarros a ese precio: 2250

Ingreso máximo para ese precio por tarro y esa demanda mensual: 5062.50€