

Solución a “El peligro del fentanilo”

Enunciado:



El fentanilo es un potente opioide sintético, hasta 50 veces más potente que la heroína. Su riesgo reside principalmente en su potencia y en la adulteración de drogas ilícitas, lo que provoca un alto riesgo de sobredosis.

Datos y Contexto:

- Farmacocinética (Modelo Exponencial):** la concentración de fentanilo en el torrente sanguíneo disminuye siguiendo un modelo de decaimiento exponencial. Se estima que la vida media (tiempo que tarda la concentración en reducirse a la mitad) es de aproximadamente 7 horas.
- Epidemiología (Crecimiento Porcentual):** en una región, el número de muertes por sobredosis relacionadas con el fentanilo fue de 10,000 en el Año 1. Se observa una tendencia de crecimiento anual constante del 15%.
- Probabilidad:** la dosis letal de fentanilo puede ser tan baja como 2 mg. Se ha determinado que la probabilidad de que una pastilla de droga adulterada contenga una dosis letal de fentanilo es del 4%.

Responde a las siguientes preguntas de forma razonada:

- A un paciente se le administra fentanilo en un entorno clínico, alcanzando una concentración máxima inicial de $C_0=80$ ng/mL (nanogramos por mililitro). Establece la función $C(t)$ que describe la concentración de fentanilo en sangre (en ng/mL) en función del tiempo t (en horas) transcurrido desde la concentración máxima, sabiendo que la vida media es de 7 horas.
- Si se considera que la concentración de fentanilo es clínicamente insignificante cuando es inferior a 1 ng/mL, ¿cuánto tiempo debe transcurrir (en horas) desde la concentración máxima inicial ($C_0=80$ ng/mL) para que el nivel de fentanilo en sangre se considere insignificante? Aproxima el resultado final a dos decimales.
- Si la tendencia de crecimiento del 15% anual en el número de muertes por sobredosis continúa, ¿cuántas muertes se proyectan para el Año 5, tomando como referencia las 10,000 muertes del Año 1? El resultado debe ser un número entero.
- Una persona adquiere 3 pastillas de droga adulterada. Suponiendo que la composición de cada pastilla es independiente de las otras, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de las tres pastillas contenga una dosis letal de fentanilo? Aproxima el resultado a cuatro decimales.
- La administración de un antídoto (Naloxona) tiene un efecto lineal en la reducción de los síntomas de sobredosis. La efectividad E (medida en una escala arbitraria de 0 a 100) en función del tiempo t (en minutos) después de la inyección se modela como una función lineal que pasa por los puntos $(t_1, E_1)=(2, 40)$ y $(t_2, E_2)=(10, 96)$. Determina la ecuación de la recta de efectividad $E(t)$. Interpreta el significado de la pendiente de esta recta en el contexto del problema.

Solución:

- Para 0 horas habría 80, para 7 horas habría 40, para 14 horas quedarían 20, para 21 horas quedarían 10 ng/mL, etc.

Por lo que para t horas quedarían: $C(t) = 80 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{7}}$ ng/mL

- Planteamos ahora que: $C(t) < 1 \Leftrightarrow 80 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{7}} < 1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{7}} < \frac{1}{80} \Leftrightarrow 2^{-\frac{t}{7}} < \frac{1}{80}$ y por tanto:

$$\frac{-t}{7} < \log_2\left(\frac{1}{80}\right) \Leftrightarrow -t < 7 \cdot \log_2\left(\frac{1}{80}\right) \Leftrightarrow t > -\log_2\left(\left(\frac{1}{80}\right)^7\right) \Leftrightarrow t > 44'2535$$

Es inferior a 1 ng/mL cuando transcurren 44'25 horas = 44 horas y 15 min.

(aprox.)

3) Para el año 1, 10 000 muertes y el crecimiento es constante del 15% anual, luego:

$$M(a) = 10000 \cdot \left(1 + \frac{15}{100}\right)^{a-1}, \text{ donde } M \text{ son las muertes y } a \text{ el año en cuestión.}$$

En el caso del quinto año ($a=5$) tendríamos:

$$M(5) = 10000 \cdot 1'15^{5-1} = 10000 \cdot 1'15^4 \approx 17490'0625 \approx 17490$$

En el Año 5 habría 17490 muertes (aprox.)

4) La probabilidad de que una pastilla contenga una dosis letal de fentanilo es de $p=0'04$ (4%). Al ser independiente la composición de cada pastilla de las otras, la variable aleatoria $X = \{\text{número de pastillas de las tres que contienen dosis letal de fentanilo}\}$ sigue una distribución binomial

$X \sim B(3, 0'04)$. Por tanto, hemos de calcular $P[X \geq 1]$.

Pero $P[X \geq 1] = 1 - P[X < 1] = 1 - P[X = 0]$

$$\text{y } P[X = 0] = \binom{3}{0} \cdot p^0 \cdot (1-p)^3 = 0'96^3 = 0'884736; \text{ luego:}$$

$$P[X \geq 1] = 1 - 0'884736 = \frac{1801}{15625} = 0'115264 \approx 0'1153$$

La probabilidad de que al menos una contenga una dosis letal de fentanilo es de 0'1153.

5) Los puntos por los que pasa la recta de efectividad son (2, 40) y (10, 96), por lo que su

pendiente es de $m = \frac{96-40}{10-2} = 7$ y la recta sería $E(t) - 40 = 7 \cdot (t - 2) \Leftrightarrow E(t) = 7t + 26$

La ecuación de la recta de efectividad es $E(t) = 7t + 26$ (t en minutos)

La pendiente de dicha recta es 7, lo cual significa que la efectividad aumenta 7 puntos porcentuales por minuto entre el minuto 2 y el minuto 10 desde la administración de Naloxona.

P.D: “Este tipo de modelos matemáticos permite comprender fenómenos reales (como la Farmacocinética o la Epidemiología) mediante herramientas propias del Bachillerato.”