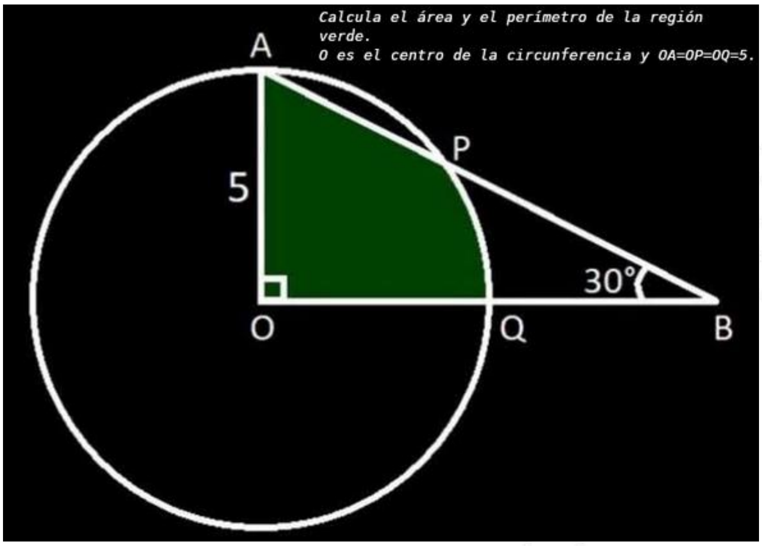
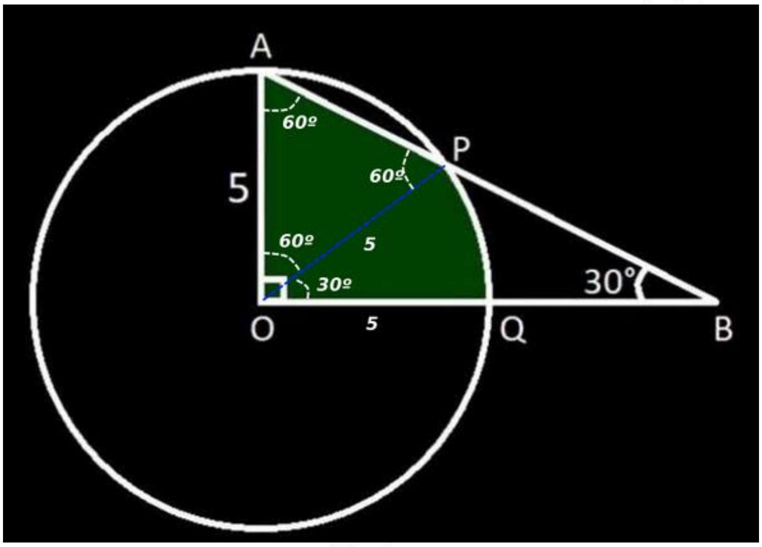
Solución a “Área y perímetro de la región verde”

Enunciado:



Solución:

Consideremos lo siguiente:



Claramente el ángulo ***Â*** en el triángulo rectángulo **Δ*AOB*** mide 60° (al medir 30° el ángulo ***B*** y el ángulo ***O*** ser de 90°); como el lado ***OA=OP=5*** , el ángulo ***P*** en el triángulo **Δ*OAP*** ha de medir igual que ***Â***, es decir 60°. Luego el triángulo **Δ*OAP*** en realidad es un triángulo equilátero.

Por tanto, en el triángulo **Δ*OPB*** el ángulo ***Ô*** ha de ser de 30° (triángulo isósceles).

El área verde se compone de la suma de las áreas del triángulo equilátero **Δ*OAP*** y del sector circular ***OPQ*** (que abarca un ángulo de 30°) en el círculo.

Pero el área de un triángulo equilátero cuyo lado es ***a*** viene dado por la fórmula:

$$A_{tri}=\frac{\sqrt{3}\cdot a^2}{4}$$

Y el área del sector circular de radio ***r*** y ángulo ***α*** *rad* (radianes) viene dado por:

$$A_{sec}=\frac{\alpha\cdot r^2}{2}$$

Por lo que el área de la región verde es *(30°=π/6 rad.)*:

$$A_{verde}=A_{tri}+A_{sec}=\frac{\sqrt{3}\cdot 5^2}{4}+\frac{(\pi/6)\cdot 5^2}{2}=\frac{25\cdot\sqrt{3}}{4}+\frac{25\cdot\pi}{12}=\frac{75\cdot\sqrt{3}+25\cdot\pi}{12}\approx 17'3703\ u^2$$

(unidades cuadradas)

Veamos ahora su perímetro:

Está compuesto por tres lados iguales ***OA=AP=OQ=5*** más la longitud del arco ***PQ*** en el sector circular ***OPQ*** ; pero la longitud correspondiente a un arco de un ángulo central ***α*** *rad* (radianes) en una circunferencia de radio ***r*** viene dado por la expresión:

$$L_{arc}=\alpha\cdot r$$

Con lo que el perímetro de la región verde es *(30°=π/6 rad.)*:

$$P=OA+AP+OQ+L_{arc}=15+\frac{\pi}{6}\cdot 5=\frac{5\pi+90}{6}\approx 17'6180\ u$$ *(unidades)*