Solución a "Fórmula 1 averiado"

Enunciado:

Un coche de Fórmula 1 se queda sin propulsión por rotura del embrague. A partir de ese momento ($t = 0$) y en los siguientes t segundos su velocidad en m/s viene dada por la fórmula: $v(t)=80-\frac{5}{100}\cdot t^2$.

a) *¿En qué instante el coche se detiene completamente?*

b) *¿Cuál es la distancia máxima que puede recorrer el coche desde la avería?*

c) *¿Llegará el coche a la meta si esta se encuentra a 2150 m desde que se avería?*

d) *¿Cuál es la aceleración del coche en función del tiempo? ¿Es constante, creciente o decreciente?*

e) *Calcula la velocidad media del coche desde el momento de la avería hasta que se detiene.*

f) *Determina el instante en el que el coche ha recorrido la mitad de la distancia total que recorre hasta pararse.*

g) *Halla la distancia recorrida por el coche en los primeros **10 segundos** y su velocidad en ese instante. ¿La velocidad ha disminuido mucho respecto al inicio?*

Solución:

a) El coche se detiene completamente cuando ***v=0*** , es decir:

$$0=v(t)=80-\frac{5}{100}\cdot t^2 \Leftrightarrow t^2=1600=t^2 \Rightarrow t=40$$

A los 40 segundos de la rotura del embrague se para completamente.

b) La distancia máxima que puede recorrer desde la avería es de:

$$s=\int_0^{40}\left(80-\frac{5}{100}\cdot t^2\right)dt=\left[80\,t-\frac{5\,t^3}{300}\right]_0^{40}=\frac{6400}{3}\approx 2133'33$$

2133'33 metros (aproximadamente)

c) *Claramente no llega pues 2133´33 < 2150 metros.*

d) La aceleración es la derivada de la velocidad respecto del tiempo; luego:

$$a=\frac{dv}{dt} \Leftrightarrow a(t)=\frac{-t}{10}<0 \;;\; t\in[0,40]$$

La aceleración es negativa y decreciente.

e) El coche en esos 40 segundos ha recorrido 6400/3 metros, por lo que su velocidad media en ese trayecto ha sido de: $v_m = \frac{6400}{3} \div 40 = \frac{160}{3} \approx 53'33$

Velocidad media: 53'33 m/s (aprox.)

f) La mitad de la distancia es 3200/3 metros; por tanto:

$$\frac{3200}{3} = s_m = \int_0^t \left(80 - \frac{5}{100} \cdot t^2\right) dt = 80t - \frac{5t^3}{300} \Leftrightarrow \frac{5t^3}{300} - 80t + \frac{3200}{3} = 0$$

O sea: $t^3 - 4800t + 64000 = 0$; cuya solución en el intervalo [0, 40] es t = 13'892 s (aprox.).
Pues *(por aproximaciones;* $f(t) = t^3 - 4800t + 64000$*)*:

$f(13) = 3797$ y $f(14) = -456$; $f(13'5) = 1660'3$; $f(13'8) = 388'07$; $f(13'9) = -34'38$,
… y así sucesivamente. Con lo que al final nos sale:

A los 13'892 segundos (aprox.) ha recorrido la mitad de la distancia.

g) Distancia recorrida durante los primeros 10 s desde la rotura:

$$s_{10} = \int_0^{10} \left(80 - \frac{5}{100} \cdot t^2\right) dt = 800 - \frac{5 \cdot 1000}{300} = \frac{2350}{3} \approx 783'33$$

783'33 metros (aprox.)

Su velocidad en ese instante (10 s) es de: $v(10) = 80 - \frac{5}{100} \cdot 10^2 = 75$

75 m/s (al cabo de 10 segundos)

Inicialmente la velocidad era (t=0) de 80 m/s (v(0)) , y a los 10 segundos ha disminuido hasta los 75 m/s , por lo que no ha disminuido mucho.