

Solución a “Grifo y desagüe”

Enunciado:



Un grifo llena un depósito de agua en 9 horas y 15 minutos. Si además del grifo se abre el desagüe al mismo tiempo, entonces el tiempo de llenado es 36 horas y 30 minutos.

Contesta razonadamente a las siguientes preguntas:

- 1) Estando el depósito lleno ¿Cuánto tarda el desagüe en vaciar todo el depósito, estando el grifo cerrado?
- 2) Si el depósito estuviera a la mitad de su capacidad y se abrieran el grifo y el desagüe simultáneamente, ¿cuánto tiempo tardaría en llenarse completamente?
- 3) Si el desagüe pudiera vaciar el depósito en un 20% menos de tiempo, ¿cuánto tardarían el grifo y el desagüe en llenar juntos el depósito vacío si se abren a la vez?

P.D: Expresa todos los tiempos que se piden en el formato hh:mm:ss (horas, minutos, segundos)

Solución:

El grifo llena el depósito en 9,25 horas (estando cerrado el desagüe). Con lo que en una hora llena $\frac{1}{9,25} = \frac{4}{37}$ del depósito.

Llamemos t al tiempo en horas que tarda el desagüe en vaciar el depósito (estando el grifo cerrado y el depósito lleno). En una hora vacía $\frac{1}{t}$ del depósito.

- 1) Como, con ambos abiertos a la vez, el depósito se llena en 36,5 horas, en una hora se llena $\frac{1}{36,5} = \frac{2}{73}$ del depósito (estando los dos abiertos).

$$\text{Lógicamente: } \frac{2}{73} = \frac{4}{37} - \frac{1}{t} \Leftrightarrow \frac{2}{73} = \frac{4t - 37}{37t} \Rightarrow 74t = 292t - 2701 \Leftrightarrow t = \frac{2701}{218} \approx 12,3899 \text{ h}$$

horas. En una hora vacía $\frac{1}{t} = \frac{218}{2701}$ del depósito.

Así pues, el desagüe tarda en vaciar el depósito lleno $t \approx 12 \text{ h } 23 \text{ min } 24 \text{ s}$

El desagüe tarda en vaciar el depósito (estando el grifo cerrado y el depósito lleno): 12h: 23min: 24s (aprox.)

2) Llamemos ahora t_m el tiempo en horas que tarda en llenarse medio depósito al abrir el grifo y el desagüe a la vez. Ahora tenemos:

$$\left(\frac{4}{37} - \frac{218}{2701}\right) \cdot t_m = \frac{1}{2} \Leftrightarrow t_m = \frac{73}{4} = 18,25 \text{ h}$$

Tardaría 18h: 15min

3) El desagüe vacía el depósito completo en $\frac{2701}{218} \text{ h}$ (estando el grifo cerrado). Un 20% menos de tiempo supone que lo vacía en $\frac{2701}{218} \cdot 0,8 = \frac{5402}{545} \text{ h}$. Y en una hora ahora vacía $\frac{545}{5402}$ del depósito.

Por lo que ahora, si el depósito está vacío, entre el grifo y el desagüe:

En una hora llenan entre los dos: $\frac{4}{37} - \frac{545}{5402} = \frac{39}{5402}$ del depósito.

Por tanto ahora tardarían: $\frac{5402}{39} \text{ h} \approx 138 \text{ h } 30 \text{ min } 46 \text{ s}$

138h: 30min: 46s (tiene sentido, porque el nuevo desagüe casi compensa al grifo)