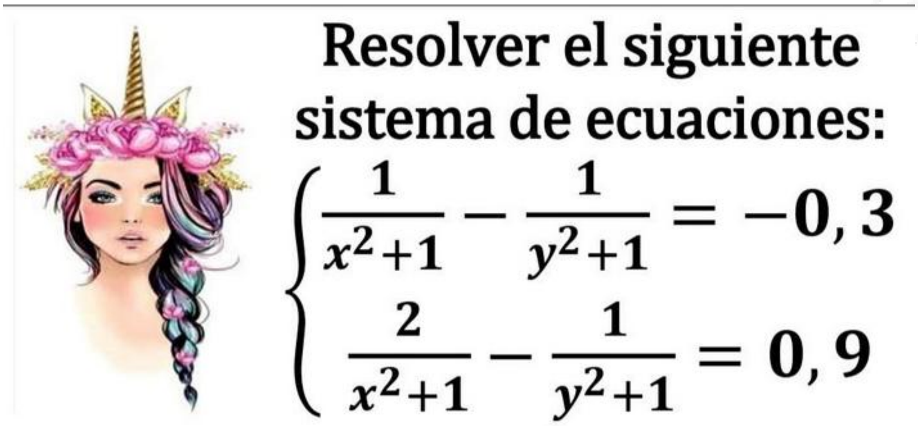
Solución a “Resuelve el siguiente sistema no lineal”

Enunciado:



Solución:

Efectúo la diferencia entre la segunda ecuación y la primera; nos queda:

$\frac{1}{x^2+1}=1{,}2=\frac{6}{5}\Rightarrow 6x^2+6=5\Leftrightarrow x^2=\frac{-1}{6}\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{\frac{i^2}{6}}=\pm\frac{i\cdot\sqrt{6}}{6}=\pm\frac{\sqrt{6}}{6}\cdot i$ *(dos posibles valores para la incógnita **x**)*

Por otro lado (primera ecuación):

$\frac{1}{y^2+1}=\frac{1}{1-\frac{1}{6}}+\frac{3}{10}=\frac{3}{2}\Rightarrow 3y^2+3=2\Leftrightarrow y^2=\frac{-1}{3}\Leftrightarrow y=\pm\frac{i\cdot\sqrt{3}}{3}=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot i$ *(dos posibles valores para la incógnita **y**)*

Hay cuatro posibles soluciones para el sistema (***i*** es la unidad imaginaria, $i=\sqrt{-1}$):

Sol. 1: $x_1=\frac{\sqrt{6}}{6}\cdot i$, $y_1=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot i$

Sol. 2: $x_2=\frac{\sqrt{6}}{6}\cdot i$, $y_2=-\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot i$

Sol. 3: $x_3=-\frac{\sqrt{6}}{6}\cdot i$, $y_3=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot i$

Sol. 4: $x_4=-\frac{\sqrt{6}}{6}\cdot i$, $y_4=-\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot i$

En todas ellas tenemos que: $x^2=\frac{-1}{6}$ e $y^2=\frac{-1}{3}$ (incógnitas que solo aparecen en el sistema original); la comprobación sería:

Primera ecuación: $\frac{1}{\frac{-1}{6}+1}-\frac{1}{\frac{-1}{3}+1}=\frac{6}{5}-\frac{3}{2}=\frac{-3}{10}=-0{,}3$ (se cumple)

Segunda ecuación: $\frac{2}{\frac{-1}{6}+1}-\frac{1}{\frac{-1}{3}+1}=\frac{12}{5}-\frac{3}{2}=\frac{9}{10}=0{,}9$ (también se cumple)

Por tanto, las cuatro soluciones de dicho sistema son:

Sol. 1: $x_1=\frac{\sqrt{6}}{6}\cdot i$ *,* $y_1=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot i$

Sol. 2: $x_2=\frac{\sqrt{6}}{6}\cdot i$ *,* $y_2=-\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot i$

Sol. 3: $x_3=-\frac{\sqrt{6}}{6}\cdot i$ *,* $y_3=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot i$

Sol. 4: $x_4=-\frac{\sqrt{6}}{6}\cdot i$ *,* $y_4=-\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot i$