

# Solución a “Un problema muy antiguo”

**Enunciado:**

## UN PROBLEMA MUY ANTIGUO



Los precios de un toro, un cordero y un pollo son 25 PTA, 5 PTA y 0,25 PTA, respectivamente. Se compran 500 animales por 500 PTA. ¿Cuántos se han comprado de cada especie?

**Solución:**

Llamemos:

$x$  = número de toros que se compran (a 25 pta c.u)

$y$  = número de corderos que se compran (a 5 pta c.u)

$z$  = número de pollos que se compran (a 0,25 pta c.u)

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y+z=500 \\ 25x+5y+0,25z=500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25x+5y=500-\frac{z}{4} \\ x+y=500-z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25x+5y=500-\frac{z}{4} \\ -5x-5y=-2500+5z \end{cases}$$

Sumando término a término dichas ecuaciones obtenemos  $20x = -2000 + \frac{19}{4} \cdot z$ , lo que quiere decir que:  $x = \frac{19}{80} \cdot z - 100$  (número de toros en función del número de pollos comprados).

Además, de la ecuación  $x+y=500-z$  deducimos que

$y = 500 - z - x = 500 - z - \left( \frac{19}{80} \cdot z - 100 \right) = 600 - \frac{99}{80} \cdot z$  (número de corderos en función del número de pollos comprados).

Hay que pensar que tanto  $x$  como  $y$  como  $z$  son enteros positivos o cero, luego:

$$x = \frac{19}{80} \cdot z - 100 \geq 0 \Leftrightarrow 19z \geq 1800 \Rightarrow z \geq \frac{1800}{19} \Rightarrow z \geq 95 \text{ (el número de pollos comprados como mínimo es 95).}$$

$$y = 600 - \frac{99}{80} \cdot z \geq 0 \Rightarrow 48000 \geq 99z \Rightarrow z \leq \frac{16000}{33} \Rightarrow z \leq 484 \text{ (el número de pollos comprados como máximo es 484).}$$

Además como  $x = \frac{19}{80} \cdot z - 100$  e  $y = 600 - \frac{99}{80} \cdot z$ ,  $z$  ha de ser un múltiplo de 80, ya que tanto

$$\frac{19}{80} \cdot z = \frac{19}{2^4 \cdot 5} \cdot z \text{ como } \frac{99}{80} \cdot z = \frac{3^2 \cdot 11}{2^4 \cdot 5} \cdot z \text{ han de ser números enteros positivos y}$$

$$M.C.D(19, 80) = 1 = M.C.D(99, 80)$$

Pero los múltiplos de 80 que hay entre 95 y 484 son: {160, 240, 320, 400, 480} (*candidatos para z*).

$$\text{Si } z = 160, x = \frac{19}{80} \cdot 160 - 100 = -62 \text{ (no puede ser)}$$

$$\text{Si } z = 240, x = \frac{19}{80} \cdot 240 - 100 = -43 \text{ (no puede ser)}$$

$$\text{Si } z = 320, x = \frac{19}{80} \cdot 320 - 100 = -24 \text{ (no puede ser)}$$

$$\text{Si } z = 400, x = \frac{19}{80} \cdot 400 - 100 = -5 \text{ (no puede ser)}$$

$$\text{Si } z = 480, x = \frac{19}{80} \cdot 480 - 100 = 14 \text{ e } y = 600 - \frac{99}{80} \cdot 480 = 6$$

**Solución: se compraron 14 toros, 6 corderos y 480 pollos.**

Comprobación:

$$\text{Número de animales} = 14 + 6 + 480 = 500$$

$$\text{Dinero gastado en la compra} = 14 \cdot 25 + 6 \cdot 5 + 480 \cdot 0,25 = 500 \text{ pta}$$