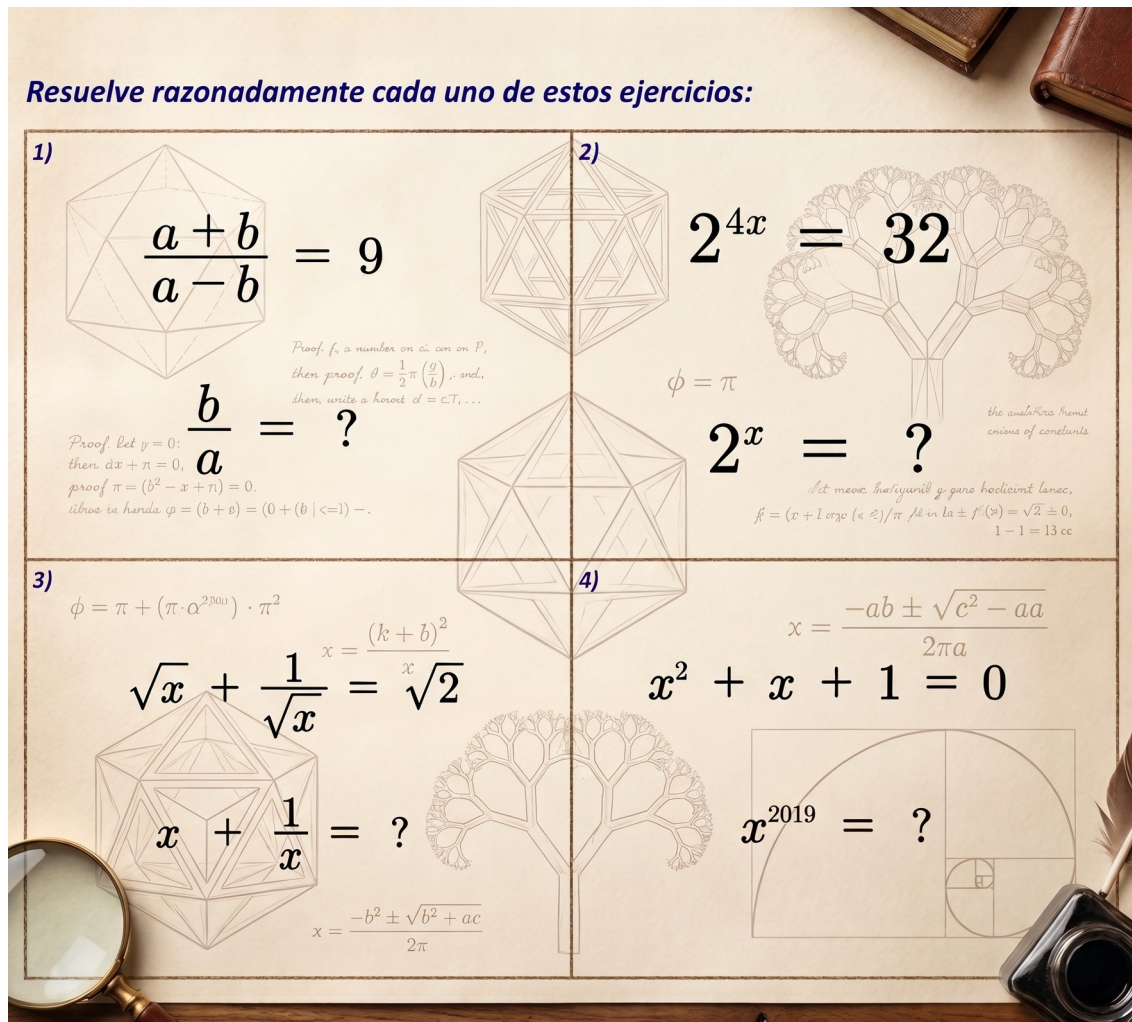


Solución a "4 cuestiones algebraicas"

Enunciado:



Solución:

1) Claramente $a \neq b$ (no podemos dividir por cero) y $a \neq 0$ (puesto que si $a=0$ entonces nos quedaría $\frac{b}{-b} = 9 \Leftrightarrow -1 = 9$ (absurdo) ; luego:

$$\frac{a+b}{a-b} = 9 \Rightarrow a+b = 9a-9b \Leftrightarrow 10b = 8a \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} = 0,8$$

2) $2^{4x} = 32 = 2^5 \Leftrightarrow 4x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$; luego $2^x = 2^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{2^5} = 2 \cdot \sqrt[4]{2}$

3) Como aparece $\sqrt{x}$ en el denominador se tiene que $x > 0$ y por tanto:

$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{2} \Rightarrow \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 = 2 \Rightarrow x + 2 \cdot \sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} = 2 \Leftrightarrow x + 2 + \frac{1}{x} = 2 \Leftrightarrow x + \frac{1}{x} = 0$$

, lo cual es imposible pues la suma de dos positivos (x y su inverso) no puede dar cero.

No tiene solución real.

4) Resolvamos la ecuación $x^2 + x + 1 = 0$; $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{3} \cdot i}{2}$

Si $x_1 = \frac{-1 + \sqrt{3} \cdot i}{2} = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i$ entonces $x_1 = 1_{120^\circ}$ (pasar de binómica a polar)

Si $x_2 = \frac{-1 - \sqrt{3} \cdot i}{2} = \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i$ entonces $x_2 = 1_{240^\circ}$ (pasar de binómica a polar)

Por lo que:

$$x_1^{2019} = \left(1_{120^\circ} \right)^{2019} = 1_{2019 \cdot 120^\circ} = 1_{242280^\circ} = 1_{0^\circ} = 1$$

$$x_2^{2019} = \left(1_{240^\circ} \right)^{2019} = 1_{2019 \cdot 240^\circ} = 1_{484560^\circ} = 1_{0^\circ} = 1$$

En ambos casos la solución es el número real 1.