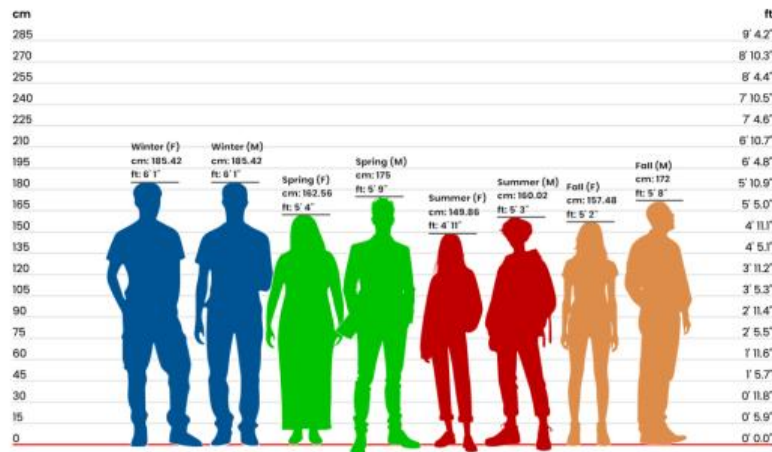


Solución a “Altura y peso”

Enunciado:



Considere que la altura A (en metros) de una persona puede expresarse, de forma aproximada, en función de su peso p (en kilogramos) mediante la expresión: $A(p) = 0.55 \cdot \ln(p) - 0.52$.

Conteste razonadamente a todas estas cuestiones:

- Convierte dicha fórmula en una equivalente donde sólo aparezcan las medidas anglosajonas, es decir: $A_{ft}(p_{lb})$.
- Estime el peso de Ambrosio que mide 5' 11" (5 ft (pies) y 11 in (pulgadas)).
- Verifique que, sea cual sea el valor de p , la diferencia $A(2p) - A(p)$ es constante, y calcúlela.
- Determine el peso en lb (libras) para el cual la altura de la persona sería de 5' 3".
- Calcule la variación de la altura (ft in) cuando el peso pasa de 143 lb a 163.142 lb.
- Calcule la derivada de $A(p)$ y explique qué representa en el contexto del problema.

Datos: 1 ft = 30.48 cm, 1 in = 2.54 cm y 1 lb = 453.592 g

Solución:

a) p va en kg y A en metros, por lo que: $A(p) = 0.55 \cdot \ln(p) - 0.52$

Pero: $p = 0.453592 \cdot p_{lb}$ y $A = 0.3048 \cdot A_{ft}$

Luego: $A = 0.55 \cdot \ln(0.453592 \cdot p_{lb}) - 0.52$ (en metros)

Por tanto: $A_{ft} = \frac{0.55 \cdot \ln(0.453592 \cdot p_{lb}) - 0.52}{0.3048}$ (en pies).

O sea:

$$A_{ft}(p_{lb}) = \frac{0.55 \cdot \ln(0.453592 \cdot p_{lb}) - 0.52}{0.3048}$$

b) 5' 11'' serían (en pies):

$$11 \text{ in} = 11 \cdot 2.54 \text{ cm} = 27.94 \text{ cm} = 0.2794 \text{ m} = \frac{0.2794}{0.3048} \text{ ft} = \frac{11}{12} \text{ ft}$$

$$5' 11'' = 5 + 11/12 \text{ ft} = 71/12 \text{ ft}$$

$$\text{Luego: } \frac{71}{12} = \frac{0.55 \cdot \ln(0.453592 \cdot p_{lb}) - 0.52}{0.3048}$$

Despejando:

$$\ln(0.453592 \cdot p_{lb}) = \frac{\frac{71}{12} \cdot 0.3048 + 0.52}{0.55} \Rightarrow \ln(p_{lb}) \approx 4.224364 - \ln(0.453592)$$

$$\ln(p_{lb}) \approx 5.014921 \Rightarrow p_{lb} \approx e^{5.014921} \approx \mathbf{150.6442 \text{ lb}}$$

$$\text{En kg sería: } 150.6442 \text{ lb} \approx 150.6442 \cdot 0.453592 \approx \mathbf{68.331 \text{ kg}}$$

$$\begin{aligned} A(2p) - A(p) &= 0.55 \cdot \ln(2p) - 0.52 - (0.55 \cdot \ln(p) - 0.52) = \\ \mathbf{c)} \quad &= 0.55 \cdot \ln 2 + 0.55 \cdot \ln(p) - 0.52 - 0.55 \cdot \ln(p) + 0.52 = \quad (\text{es constante}) \\ &= \mathbf{0.55 \cdot \ln 2 \text{ m} \approx 0.38123 \text{ m}} \end{aligned}$$

$$\mathbf{d)} \text{ 5' y 3'' son } 5 + \frac{3}{12} = 5 + \frac{1}{4} = \frac{21}{4} \text{ ft}$$

$$\text{Por tanto: } \frac{0.55 \cdot \ln(0.453592 \cdot p_{lb}) - 0.52}{0.3048} = \frac{21}{4}$$

Despejando p_{lb} se tiene:

$$\ln(p_{lb}) = \frac{\frac{21 \cdot 0.3048}{4} + 0.52}{0.55} - \ln(0.453592) \approx 4.645466 \Rightarrow p_{lb} \approx e^{4.645466} \approx \mathbf{104.1119 \text{ lb}}$$

e) Se trata de hallar $A_{ft}(163.142) - A_{ft}(143)$.

$$\begin{aligned} A_{ft}(163.142) - A_{ft}(143) &= \frac{0.55 \cdot \ln(0.453592 \cdot 163.142) - 0.52 - (0.55 \cdot \ln(0.453592 \cdot 143) - 0.52)}{0.3048} = \\ &= \frac{0.55 \cdot \ln(163.142) - 0.55 \cdot \ln(143)}{0.3048} = \frac{0.55}{0.3048} \cdot \ln\left(\frac{163.142}{143}\right) \approx 0.237765 \text{ ft} \end{aligned}$$

Y 0.237765 ft serían: 0 ft 2.8534 in (aprox.)

Solución: **0 ft 2.8534 in** (aprox.)

f) $A(p) = 0.55 \cdot \ln(p) - 0.52$; su derivada es:

$$\frac{dA}{dp} = \frac{0.55}{p}$$

Indica la tasa instantánea de variación de la altura respecto al peso. Es decir, para una persona de peso p kg, el modelo predice que un incremento pequeño de 1 kg produciría aproximadamente un aumento de $0.55/p$ metros en su altura estimada. Además, la altura estimada aumenta con el peso (al ser $0.55/p > 0$); pero como esa derivada disminuye a medida que p aumenta, cada kg adicional tiene un efecto menor sobre la altura estimada.